

Bochum 1975

**EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUR ANOMALIE
DER ELEKTRISCHEN LEITFÄHIGKEIT
IN MAGNETO-HYDRODYNAMISCHEN STOSSWELLEN**

von

Günter Zeyer

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUR ANOMALIE DER ELEKTRISCHEN LEITFÄHIGKEIT IN MAGNETO-HYDRODYNAMISCHEN STOSSWELLEN

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften

der

Abteilung für Physik
und Astronomie

an der Ruhr-Universität Bochum

von

Günter Zeyer

Tauberbischofsheim

Bochum 1975

EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN ZUR ANOMALIE
DER ELEKTRISCHEN LEITFÄHIGKEIT
IM MAGNETO-HYDRODYNAMISCHEN STOSSWELLEN

VERGLEICH

22

Die vorliegende Arbeit ist eine
Bearbeitung der Dissertation

von
Prof. Dr. habil. H. Schlüter



22

Leoben, 1975

Tag der mündlichen Prüfung: 5. Februar 1975

Referent: Prof. Schlüter

Korreferent: Prof. Kunze

I N H A L T

Einleitung

I. Theoretische Grundlagen

- I.1 Stoßwellen im Plasma
- I.2 Binäre Wechselwirkung in der Stoßfront
 - I.2.1 Schwache Stöße
 - I.2.2 Resistive Stoßwellen
- I.3 Kollektive Wechselwirkungen in der Stoßfront

II. Experimenteller Aufbau

- II.1 Die Thetapinch-Apparatur
- II.2 Diagnostik
 - II.2.1 Streuung von Laserlicht
 - II.2.2 Sonden zur Messung der magnetischen und elektrischen Felder

III. Ergebnisse

- III.1 Untersuchung von stoßbestimmten, resistiven Stoßwellen
 - III.1.1 Magnetfeldprofile bei kleinen Machzahlen
 - III.1.2 Magnetfeld-, Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile (Fall I)
 - III.1.2.1 Auswertung der Profile
 - III.1.2.2 Diskussion der Ergebnisse
 - III.2 Untersuchung von Stoßwellen mit anomaler Resistivität
 - III.2.1 Magnetfeld-, Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile (Fall II)
 - III.2.1.1 Das elektrische Feld in der Stoßfront
 - III.2.2 Auswertung der Profile
 - III.2.2.1 Vergleich mit der Theorie für schwache Stöße
 - III.2.2.2 Resistivität und Stoßfrequenz
 - III.2.2.3 Instabilitätsbedingungen
 - III.2.2.4 Vergleich mit der Theorie für Ionenschallturbulenz
 - III.2.3 Diskussion der Ergebnisse



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546611_0029

EINLEITUNG

Die genaue Kenntnis der Transportkoeffizienten des Plasmas, Viskosität, thermische und elektrische Leitfähigkeit, ist für die Plasmaphysik sehr wichtig. Speziell für die Fusionsforschung ist die elektrische Leitfähigkeit von Bedeutung, da das Plasma u.a. durch elektrische Ströme aufgeheizt wird.

Im allgemeinen wird das Plasma durch Theorien beschrieben, die von binärer (klassischer) Wechselwirkung, d.h. von Zweierstößen, ausgehen. Es zeigt sich jedoch (siehe z.B. /1/), daß oft die Beschreibung des Plasmas mit dem Modell, das nur die binäre Wechselwirkung berücksichtigt, nicht ausreicht. Die gemessenen Werte der elektrischen Leitfähigkeit liegen mehrere Größenordnungen unter den aufgrund jener Modelle berechneten Werte. Man erklärt sich diese Abweichungen durch das Auftreten von neuen Wechselwirkungsmechanismen. Man spricht dann von anomaler (kollektiver) Wechselwirkung, d.h. Wechselwirkung zwischen Teilchen und Wellen oder Fluktuationen. Stoßwellen eignen sich sehr gut zur Untersuchung von Transportmechanismen, weil dort starke stationäre Gradienten der Zustandsgrößen auftreten. Außerdem sind sie ein wichtiges Mittel zur Aufheizung von Plasmen.

Eine exakte theoretische Beschreibung der Struktur von Stoßfronten ist sehr schwierig, weil, je nach den Parametern des Plasmas und der Stoßwelle, verschiedene Dissipationsmechanismen wirksam werden können.

Es gibt für schwache Stoßwellen, d.h. Stoßwellen, deren Alfvén-Machzahl $M_A \approx 1$, eine ziemlich umfassende Theorie, die sämtliche Dissipationsmechanismen mit binärer Wechselwirkung enthält /2/, /3/, /4/, /5/. Die einzige aber starke Beschränkung liegt hier nur im Parameter der Stoßstärke. Um auch stärkere Stoßwellen beschreiben zu können, muß man den Bereich der Plasma-parameter so wählen, daß nur ein oder nur wenige Mechanismen wirksam werden können. Solche Rechnungen wurden für den Bereich der Resistivität durchgeführt, z.B. /6/, /7/. Es war daher von Interesse, ob in dem uns zugänglichen Parameterbereich sowohl

die Theorie für schwache Stoßwellen als auch diejenigen, die für den Bereich der Resistivität entwickelt wurden, bestätigt werden konnten. Danach konnte man von diesem Ausgangspunkt aus zur Untersuchung der Stoßwellen, in denen die Leitfähigkeit anomal wird, übergehen (Messung Fall II). Ein weiterer Punkt von Interesse ist das Auftreten von oszillatorischen Profilen. Unter gewissen Bedingungen (siehe z.B. /13/) sollte die Front nicht monoton sein, sondern es sollten Oszillatoren mit der unteren Hybridenfrequenz $\omega_H = \omega_{ce} \omega_{ci}$ auftreten, die durch Stöße gedämpft werden. Aus der Dämpfung dieser Oszillationen kann man also Schlüsse auf den Wechselwirkungsmechanismus im Plasma ziehen.

Bei früheren Messungen wurden, speziell bei größeren Machzahlen, auch schon Mittelwerte der Leitfähigkeit über die Stoßfront gefunden, die um bis zu drei Größenordnungen unter den klassischen Werten lagen. Da die Leitfähigkeit der Elektron-Ion-Stoßfrequenz umgekehrt proportional ist, ist es zweckmäßig, eine effektive Stoßfrequenz einzuführen, die aus der Leitfähigkeit bestimmt wird. Daraus ergibt sich, daß in diesen Fällen die effektive Stoßfrequenz sehr viel größer als die binäre ist. Man macht für diese Abweichungen das Auftreten von Mikroturbulenzen verantwortlich. Die Teilchen werden dabei an Feldern, die von Dichtefluktuationen erzeugt werden, gestreut, was ein wesentlich wirksamerer Wechselwirkungsmechanismus sein kann. Zweierstöße reichen bei weitem nicht mehr aus, um diese Mechanismen zu erklären. Die Teilchen werden zwar immer an thermischen Fluktuationen gestreut, hier treten aber nun überthermische Fluktuationen oder Mikroturbulenzen auf. Man nimmt an, daß sie durch Instabilitäten erzeugt werden. Diese entstehen durch Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht. Im Plasma fließen in der Stoßfront, bedingt durch den Magnetfeldsprung, Ströme. Dadurch erhalten die Elektronen in ihrer Gesamtheit eine Driftgeschwindigkeit bezüglich der Ionen. Außerdem kann die Elektronentemperatur von der der Ionen verschieden sein. Diese Größen sind wesentlich für die Instabilitätsbedingungen. Wenn die Driftgeschwindigkeit und das Temperaturverhältnis eine Schwelle überschreiten, setzt die Instabilität ein. Es

geht also zunächst Energie von den Elektronen auf die Instabilität über. Diese wächst soweit an, bis sie durch nichtlineare Effekte gedämpft wird und Energie an das Plasma abgibt.

Für einen speziellen Fall, den der Ionenschallturbulenz, liegen Rechnungen von Sagdeev /11/ vor, die dafür die effektive Stoßfrequenz berechnen. Beim Vergleich mit den früheren Messungen ergab sich Übereinstimmung bezüglich der funktionalen Abhängigkeit, aber einen Unterschied von der Größenordnung 10 in den numerischen Werten /1/.

Der wesentliche Einwand, den man hier anbringen kann, ist der, daß bei den bisherigen Messungen nur Mittelwerte über die Stoßfront bestimmt wurden. Es konnten keine Aussagen über den Verlauf der effektiven Stoßfrequenz gemacht werden. Außerdem konnte auch die Frage nach dem Mechanismus der Anregung und der Natur der Instabilitäten nur sehr ungenau beantwortet werden, da auch die oben erwähnte Driftgeschwindigkeit und das Temperaturverhältnis nur als Mittelwerte bekannt waren.

Um diesem Einwand zu entgehen, kann man die Werte der Plasma-parameter lokal in der Stoßfront bestimmen. So ist es möglich, den genaueren Verlauf der effektiven Stoßfrequenz kennenzulernen und zu einem besseren Verständnis der Ursachen dieses Verlaufs zu kommen. Wenn man den lokalen Verlauf der Größen, die die Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht charakterisieren, kennt, dann kann man mehr über die Erfüllung der Instabilitätsbedingungen sagen.

Bisher wurden solche Messungen nicht durchgeführt, weil es sehr schwierig ist, lokale Messungen in der Front durchzuführen. Das Problem bestand darin, daß die Abweichungen der effektiven von der binären Stoßfrequenz u.a. bei steigenden Machzahlen größer werden. Damit wird es aber immer schwieriger, die Front aufzulösen. Es mußte daher ein Fall gefunden werden, bei dem die Machzahl (und damit die Geschwindigkeit) so klein war, daß man die Front auflösen konnte, andererseits aber so groß war, daß eine deutliche Anomalie der Leitfähigkeit vorlag. Bei den bisherigen Messungen lag zwar die effektive Stoßfrequenz um bis zu drei Größenordnungen über der binären, aber dafür konnte

die Front nicht aufgelöst werden.

Das Ziel der Arbeit bestand also darin, lokale Messungen der Plasmaparameter in einer Stoßfront, in der eine anomale Erniedrigung der Leitfähigkeit auftrat, durchzuführen.

Die Messungen wurden an einer 40 kV Thetapinchapparatur durchgeführt. Bei dieser Apparatur wird eine Kondensatorbatterie, die bei uns bis 40 kV aufgeladen werden konnte, über eine einwindige Spule, die ein zylindrisches Gefäß umgibt, entladen. Dadurch entsteht ein schnell ansteigendes Magnetfeld, welches das vorher erzeugte Plasma komprimiert und eine Stoßwelle erzeugt. Die Elektronendichte und -temperatur wurden lokal durch Thomson-Streuung von Laserlicht gemessen. Da wegen der geringen Intensität eine mehrkanalige Messung nicht möglich war, mußten sehr hohe Anforderungen an die Reproduzierbarkeit gestellt werden, da sehr viele Messungen durchgeführt werden mußten, um die Profile zu erstellen.

I. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

I.1 Stoßwellen im Plasma

Die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie werden zwar meist in Form von Differentialgleichungen angegeben, damit kann aber nur eine kontinuierliche Änderung der Zustandsgrößen beschrieben werden. Es folgt aber nicht aus den Erhaltungssätzen, daß nur solche Änderungen möglich sind. Im idealen reibungsfreien Gas sind auch diskontinuierliche Änderungen möglich. Ein solcher Vorgang ist eine Stoßwelle. Man bezeichnet die Fläche, in der sich die Zustandsgrößen sprunghaft ändern, als Stoßfront. Eine Stoßwelle entsteht bspw., wenn ein Kolben in ein ruhendes Medium läuft. Hier soll nur der Fall von ebenen Stoßwellen behandelt werden.

Im Experiment wurden zwar zylindrische Stoßwellen untersucht, allerdings bei einem Radius, der groß genug war, daß eine ebene Stoßwelle eine gute Näherung ist.

Man betrachtet dazu einen Kolben mit unbegrenzter Ausdehnung, der in ein Medium gestoßen wird. Dann kann sich vor ihm eine ebene Stoßfront bilden. In einem realen Gas bzw. Plasma wird diese Front durch dissipative Prozesse verbreitert. Man betrachtet zwei Ebenen, die weit genug von der Front entfernt sind, so daß die Gradienten verschwinden. Es seien 1 und 2 die Zustände vor bzw. hinter der Front. Man wählt das Koordinatensystem zweckmäßigerweise so, daß die Front im Ursprung ruht, u_1 , die Geschwindigkeit der Strömung vor der Front, ist im Laborsystem die Geschwindigkeit, mit der sich die Front in das ruhende Medium fortpflanzt. Man nimmt weiter an, daß das Magnetfeld nur eine Komponente in der z-Richtung besitzt und sich nur in x-Richtung ändert. Aus der zweiten Maxwell'schen Gleichung $\text{rot } \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ folgt für unseren Fall $-\frac{dB}{dx} = \frac{4\pi}{c} j$ in der y Richtung. Wenn man das Vorzeichen, das die Richtung angibt, hier aber ohne Belang ist, wegläßt und den Zusammenhang zwischen dem Strom und der Driftgeschwindigkeit der Elektronen v_D berücksichtigt $j = n_e v_D$, so erhält man $v_D = \frac{c}{4\pi n_e} \frac{dB}{dx}$. Mit dem Magnetfeldsprung ist also eine Driftbewegung der Elektronen verbunden.

Wenn man die Parameter $M_{A1} = \frac{u_1}{v_{A1}}$ (wobei $v_{A1} = \sqrt{\frac{B_1^2}{4\pi g_1}}$ die Alfvén-Geschwindigkeit bedeutet), die Alfvén-Machzahl und

$\beta_1 = \frac{n_1 kT_1}{B_1^2 / 8\pi}$ das Verhältnis von kinetischem zu magnetischem Druck einführt, kann man das Verhältnis der Zustandsgrößen vor und hinter dem Stoß als Funktion dieser Parameter ausdrücken. Sei $\gamma = \frac{n_2}{n_1} = \frac{u_1}{u_2}$.

Dann gilt das Dichteverhältnis

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{\beta_1^{+1}}{M_{A1}^2} \right) + \left[\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} + \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{\beta_1^{+1}}{M_{A1}^2} \right)^2 - \frac{4(2-\gamma)}{(\gamma+1)M_{A1}^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

und für das Druckverhältnis

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)-\gamma(\gamma-1)} \cdot \frac{\beta_1^{+\frac{\gamma-1}{2}} (\gamma-1)^2}{\beta_1} \quad /8/$$

Hier ist $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$.

Aus den Annahmen über das B-Feld und das Verschwinden der Gradienten sowie dem Ohm'schen Gesetz folgt $u_1 B_1 = u_2 B_2$. Die Beziehungen für Dichte- und Druckverhältnis entsprechen den Rankine-Hugoniot-Beziehungen für Gase. Das Verhältnis der Dichten ist beschränkt, für $M_{A1} \rightarrow \infty$ folgt $\gamma \rightarrow \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$. Das Temperaturverhältnis ist nicht beschränkt, aus $M_{A1} \rightarrow \infty$ folgt

$$\frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{1}{\beta_1} \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{p_2^*}{p_1^*}, \text{ wobei } p^* = p + \frac{B^2}{8\pi} \text{ bedeutet. Bemerkenswert}$$

hieran ist, daß die Aufheizung um so effektiver ist, je kleiner β_1 ist. Je nach der Art der Wechselwirkung können die verschiedenen Teilchensorten verschieden stark aufgeheizt werden. Aus diesem Grund ist auch im Anhang Abb. 1 $T_{i2} + T_{e2} / T_1$ aufgetragen. Man geht davon aus, daß im Anfangszustand $T_e = T_i$ ist, dann kann man daraus, je nach der vorausgesetzten Wechselwirkung, verschiedene Endtemperaturen für Elektronen und Ionen erhalten. Diese Gleichungen gelten nur in der idealen MHD Theorie, Prozesse wie Ionisation, Strahlung usw. sind nicht berücksichtigt.

I.2 Laminare Stoßwellen

I.2.1 Schwache Stöße

In den Erhaltungssätzen in der Rankine-Hugoniot'schen Formulierung kommen nur die Anfangs- und Endzustände vor, in der theoretischen Behandlung der Struktur einer Stoßfront sind das die Werte, denen sich die Zustandsgrößen asymptotisch nähern, je weiter man sich von der Front entfernt. Über die Form der Front kann man damit nichts aussagen. Hierzu muß man spezielle Annahmen über die Plasmamparameter machen, damit man sich ein Modell der stattfindenden Dissipationsprozesse machen kann. Es gibt im Plasma viele solcher Parameterbereiche, die zu verschiedenen Modellen führen; es ist im allgemeinen nicht möglich, sie alle umfassend zu behandeln. Nach Arbeiten von Grad und Hu /2/-/5/ läßt sich die Struktur laminarer Stoßwellen unter der einzigen beschränkenden Annahme kleiner Machzahlen durch einen geschlossenen, wenn auch sehr komplizierten, algebraischen Ausdruck unter Einbeziehung sämtlicher Dissipationsmechanismen beschreiben. Hu /2/ geht von einem System von 13 Momentengleichungen der Boltzmann'schen Transportgleichung aus; eine Näherung, die den Navier-Stokes-Gleichungen für neutrale Gase entspricht. Er führt die Stoßstärke $\xi = \frac{u_1 - u_2}{2U}$ ein

$$(U = (c_{s1}^2 + v_{A1}^2)^{1/2}, c_s^2 = \frac{5}{3} \frac{p}{\rho})$$

Setzt man $\frac{u}{U} = M$, wobei gilt $M^2 = \frac{M_A^2}{1 + \frac{5\beta}{6}}$, so erhält man

$$\xi = \frac{M_1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right).$$

Im Anhang Abb. 2 und 3 sind diese Zusammenhänge aufgetragen. Dann werden die Gleichungen nach ξ bis zu den quadratischen Termen entwickelt. Das ergibt z.B. für das B-Profil die Lösung

$$B = \frac{B_1 + B_2}{2} + \frac{B_2 - B_1}{2} \tanh\left(\frac{\xi x}{L}\right).$$

Mit der üblichen Stoßdicke $\Delta = \frac{B_2 - B_1}{\left|\frac{dB}{dx}\right|_{\max}}$ hängt das L wie folgt zusammen: $\frac{L}{2\xi} = \Delta$

Wenn die Stoßstärke wächst, verringert sich also die Stoßdicke, falls die Anfangsbedingungen gleich bleiben, d.h. $\Delta \sim \frac{1}{\epsilon}$. L ist eine komplizierte Funktion der Plasmamparameter β_1 und $\omega_{ce1} \cdot \tau_{ee1}$. ω_{ce} ist die Elektronzyklotronfrequenz und τ_{ee} die Stoßzeit für binäre Elektron-Elektron-Stöße. Diese Parameter sind wichtig für die Beschreibung des Plasmas und werden oft dazu benutzt. β ist, wie schon im Abschnitt I.1 erwähnt wurde, das Verhältnis von kinetischem zu magnetischem Druck. Es ist also ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes. $\omega\tau$ gibt an, ob die Teilchen an den Feldlinien "kleben", das ist dann der Fall, wenn viele Gyrationen stattfinden, ehe ein Zweierstoß eintritt. Die Abb. 1 zeigt die Werte von L/L_m nach Grad /4/, L_m ist die mittlere freie Weglänge.

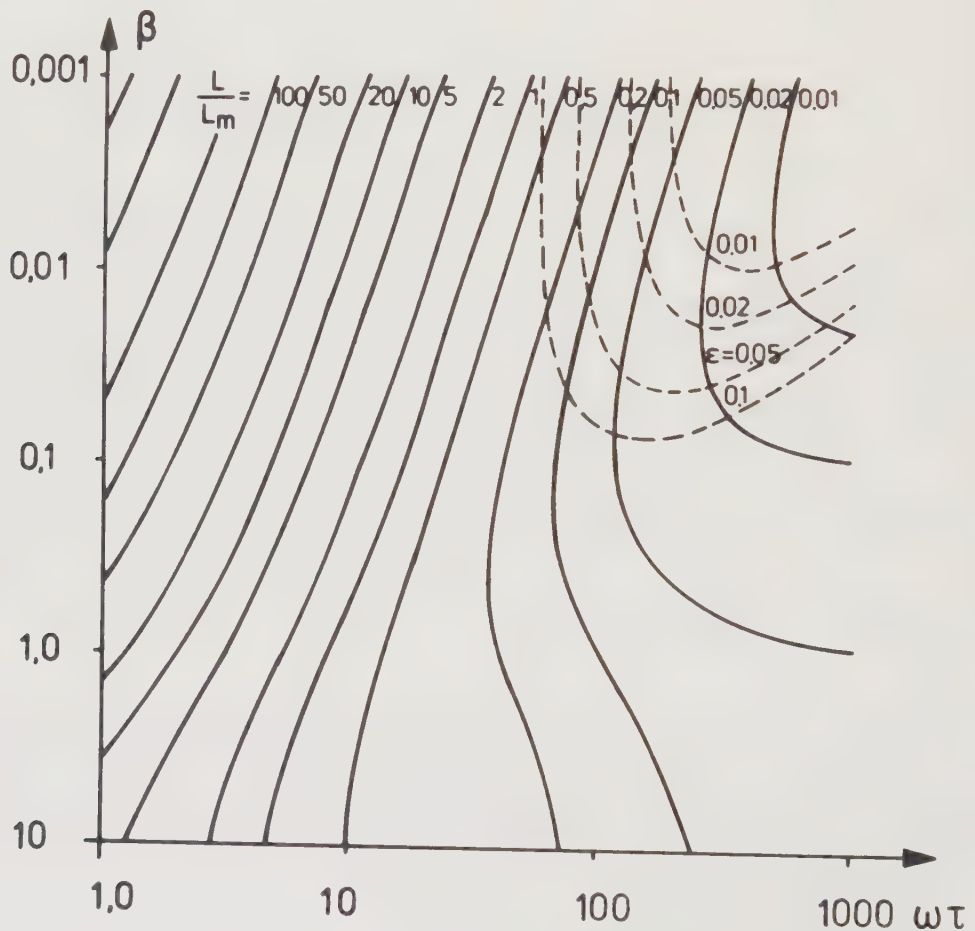


Abb. 1 Kurven für das Verhältnis des Parameters der Stoßbreite L und der mittleren freien Weglänge L_m in der $\omega\tau$ - β Ebene und Bereich der oszillatorischen Profile für Deuterium (nach Grad /4/)

Hu benützt andere Parameter, nämlich L_r , die mittlere freie Weglänge (die geringfügig von der von Spitzer /10/ abweicht) L_1 , der Zyklotronradius für Elektronen mit der mittleren thermischen Geschwindigkeit, und $L_p = \frac{c}{\omega_{pe}}$, in guter Näherung die stoßfreie Eindringtiefe.

Diese hängen mit den oben genannten Parametern wie folgt zusammen $\frac{L_m}{L_1} = \omega_{ce} \tau_{ee}$, $\frac{L_p}{L_1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$.

Im allgemeinen hängt L auch noch von der Ionenladungszahl (im Deuterium = 1) und dem Verhältnis $\propto$ der Massen von Elektronen und Ionen ab, das aber so klein ist, daß man zur Vereinfachung einige Ionenterme weglassen kann.

Durch eine Erweiterung der Rechnung von Hu durch Berücksichtigung der Elektronenträgheit lassen sich nicht nur monotone, sondern auch oszillatorische Profile in dieser Näherung beschreiben. In Abb. 1 sind die Werte der Stoßstärke eingetragen, für welche das Profil oszillatorisch werden sollte.

In der $\omega\tau$, β -Ebene gibt es verschiedene Gebiete, in denen einzelne Dissipationsmechanismen, bzw. einfache Kombinationen daraus, überwiegen. Die Abb. 2 zeigt die Aufteilung der $\omega\tau$, β -Ebene, in Anlehnung an Hu /5/, nach Dissipationsmechanismen.

In der Abb. 3 ist L/L_s nach Grad /4/ aufgetragen. Man kann der Abb. 3 entnehmen, für welchen Parameterbereich die Resistivität der dominierende Mechanismus ist.

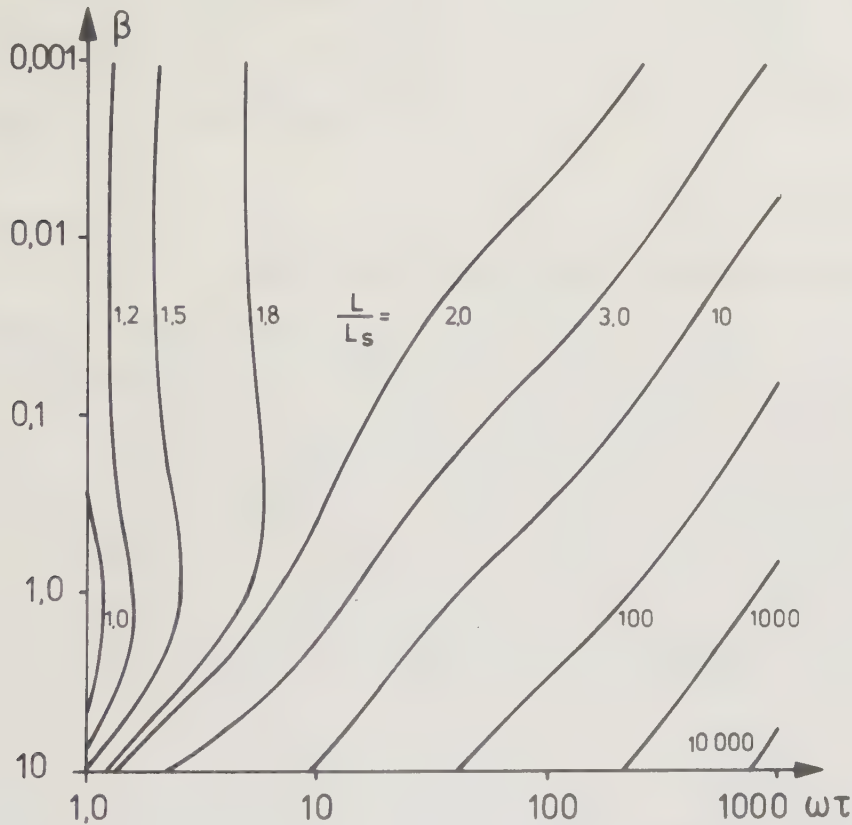


Abb. 3 Kurven für das Verhältnis des Parameters der Stoßbreite L und des Parameters der Breite der resistiven Stoßfront L_s (nach Grad /4/)

Es ist schwer, Aussagen über die Grenzen der Theorie von Hu zu machen. Einen Hinweis gibt Hu schon in seiner Arbeit /2/. Er untersucht dort die Frage, für welche Stoßstärke die Abweichungen von der Maxwellverteilung bedeutend werden und erhält Grenzen für die Stoßstärke ξ , die auch noch von den Plasmaparametern abhängen. In dem uns interessierenden Bereich, in dem die Resistivität dominierend ist, nämlich $\beta \ll 1$ und

$\omega_{ce} \tau_{ee} \cdot \sqrt{\beta} < 2 \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$ ergibt sich $\xi^2 < \frac{\sqrt{\beta}}{2}$. Ein weiterer Hinweis kann durch die Aufheizung erlangt werden. Durch die Beschränkung auf Terme quadratischer Ordnung wird die resistive

Aufheizung gar nicht erfaßt. Man kann die resistive Aufheizung abschätzen zu $\frac{\Delta k T_{res}}{k T_1} \approx \frac{16 \xi^3}{\beta}$.

Man erhält also eine Grenze der Anwendbarkeit dieser Theorie durch die Bedingung, daß die resistive Aufheizung nicht größer als die immer vorhandene adiabate Aufheizung sein soll. Man erhält $\xi^2 < \frac{\beta}{6}$. Auch hier wurde die Bedingung $\beta \ll 1$ verwendet.

I.2.2 Unterkritische resistive Stoßwellen

Wenn man sich von vornherein auf begrenzte Parameterbereiche, z.B. nach Abb. 2, beschränkt, so daß nur bestimmte Dissipationsmechanismen wirksam werden, kann man leicht zu Aussagen über die Struktur der Stoßfront gelangen, ohne die starke Beschränkung der Stoßstärke, wie sie oben beschrieben wurde. Derartige Untersuchungen wurden von Marshall /6/ und Jourdan /7/ durchgeführt. Die Grenzen der Parameterbereiche, auf die sich Jourdan beschränkt, kann durch die Bedingungen

$$\frac{u_1}{c_{s1}} \gg 1 \quad \text{und} \quad \frac{u_1}{v_{A1}} \gtrsim 1 \quad \text{beschrieben werden. In}$$

diesem Bereich kann die Viskosität vernachlässigt werden. Die Ergebnisse dieser Arbeiten /6/ und /7/ und eine Rechnung unter noch engeren Bedingungen in /8/ stimmen bezüglich der Stoßbreite für schwache Stöße ungefähr mit den Ergebnissen von Grad und Hu (z.B. /4/) überein. Man kann also in dem Bereich der Plasmaparameter, bei denen Resistivität dominant ist, auch Stoßwellen größerer Stärke beschreiben, als es in der Theorie von Grad und Hu zulässig ist.

In den zitierten Arbeiten erhält man als charakteristische Länge für die Stoßfrontbreite $L_r = \frac{c^2}{4\pi\sigma u_1}$. Die eigentliche Stoßbreite, die üblicherweise

$\Delta = \frac{\Delta B}{\frac{dB}{dx}|_{\max}}$ erhält man daraus durch Multiplikation mit einem Faktor, der von der Machzahl abhängt und der bei den verschiedenen Rechnungen geringfügige Unterschiede aufweist. Es ergibt sich z.B. in /8/

$$\Delta = \frac{2M_A^2}{M_A^2 - 1} \frac{c^2}{4\pi\sigma u_1} \quad \text{oder in /20/} \quad \Delta = \frac{1}{M_A - 1} \frac{c^2}{4\pi\sigma u_1}.$$

Da die Leitfähigkeit σ der Elektron-Ion Stoßfrequenz umgekehrt proportional ist, folgt $\sigma = \text{const. } T^{3/2}$ (unter Vernachlässigung des Coulomblogarithmus) /10/. Bei Stoßwellen mit bedeutender Aufheizung ändert die charakteristische Länge ihren Wert in der Front. Man muß die Frage der charakteristischen Länge etwas genauer behandeln. Bei Jourdan /6/ z.B. ergibt sich

$$L_r = \frac{c^2}{4\pi\sigma(T_2)u_1} \quad \text{als geeignete Länge.}$$

Auch durch diese Rechnung lassen sich allerdings keine Stoßwellen beliebiger Stärke beschreiben. Es gibt hier eine prinzipielle Grenze, die als kritische Machzahl bezeichnet wird. Die Existenz dieser kritischen Machzahl folgt daraus, daß nach Abschnitt 1.1 der Magnetfeldsprung, genau wie der Dichtesprung, begrenzt ist; damit ist die maximal dissipierte Energie $(B_2^2 - B_1^2)/8\pi$ auch begrenzt. Da aber das Temperaturverhältnis unbegrenzt wachsen kann, wird man zu dem Punkt gelangen, an dem diese Energie nicht mehr ausreicht, um die erforderliche Temperaturerhöhung zu bewirken /8/. Es müssen dann noch andere Dissipationsmechanismen berücksichtigt werden, welche in diesem Fall die Struktur der Front beeinflussen. Eingehende Berechnungen über die kritische Machzahl wurden z.B. von Woods /9/ durchgeführt. Bei den hier untersuchten Stoßwellen handelt es sich um unterkritische, daher ist im folgenden nur von diesen die Rede.

I.3 Kollektive Wechselwirkungen in der Stoßfront

Die im Kapitel I.2.1 behandelten Theorien gehen von der Voraussetzung aus, daß nur binäre Wechselwirkungen, im Fall des Plasmas sind das Coulombstöße, stattfinden. Im resistiven Fall ist $\Delta \sim \frac{1}{\sigma}$, und da $\sigma \sim \frac{1}{\nu_{ei}}$ ist, folgt $\Delta \sim \nu_{ei}$. Wenn man diese Voraussetzungen fallen läßt, kann es zweckmäßig sein, ν_{ei} durch ν_{eff} zu ersetzen, also eine effektive Stoßfrequenz einzuführen, die von der Art der Wechselwirkung abhängt. ν_{eff} kann um mehrere Größenordnungen über ν_{ei} liegen, die kollektive Wechselwirkung kann also viel wirksamer sein als die binäre. Ein Teilchen wird dabei nicht mehr am Feld eines anderen Teilchens gestreut,

sondern an Fluktuationen oder Wellen im Plasma. Man erklärt die Existenz dieser Fluktuationen durch das Auftreten von Mikroinstabilitäten in der Front, die zur Entwicklung eines turbulenten Plasmazustandes führen. Durch den Magnetfeldsprung in der Front wird im Plasma ein Strom induziert, was eine Driftbewegung der Elektronen zur Folge hat. Dadurch wird die Entstehung von Instabilitäten ermöglicht.

In der Literatur werden verschiedene Instabilitäten vorgeschlagen, die diesen Effekt erklären sollen.

Allgemeine Übersichten über die Instabilitäten haben in der letzten Zeit Biskamp /13/ sowie Lashmore-Davies und Martin /14/ gegeben. Die für den untersuchten Fall bedeutenden Instabilitäten wurden von Sagdeev /12/ diskutiert. Nach /12/ ergibt sich folgende Übersicht.

Typ der Instabilität	Instabilitätsbedingung	Frequenz	Anwachsrate
Buneman	$v_D \gtrsim v_{eth}$	$\sim \omega_{pi}$	$\omega_{ni} \frac{v_D}{v_{eth}}$
Ionen-Schall ($T_e \gg T_i$)	$v_D > c_s$	$\leq \omega_{pi}$	$\omega_{pi} \cdot \frac{v_D}{v_{eth}}$
Bernstein		$n\omega_{ce}$	$\omega_{ce} \cdot \frac{v_D}{v_{eth}}$

In /12/ werden auch noch die Drummond-Rosenbluth-Instabilität D-R-I und die Elektronen-Schall-Instabilität ESI aufgeführt. Diese beiden sind für den untersuchten Fall wahrscheinlich unbedeutend, weil bei der D-R-I der Plasmastrom in Richtung des Magnetfeldes fließen muß und weil die E-S-I nur sehr langsam anwächst, so daß sie, außer bei sehr schwachen Strömen, gegenüber den anderen Instabilitäten vernachlässigt werden kann.

Man betrachtet die ionenakustische Instabilität als die wichtigste, nur kann man nicht in allen Fällen ohne weiteres ihr Auftreten erklären. Für $T_e \gg T_i$ sind die Anwachsrate dieser Instabilität groß, und groß ist auch der Bereich der Wellenlängen, für die die Anwachsrate groß sind. Stringer /15/ hat

diese Instabilität im magnetfeldfreien Plasma untersucht und die maximale Anwachsrate als Funktion von $\frac{T_e}{T_i}$ und $\frac{v_D}{v_{eth}}$ angegeben, siehe Abb. 4

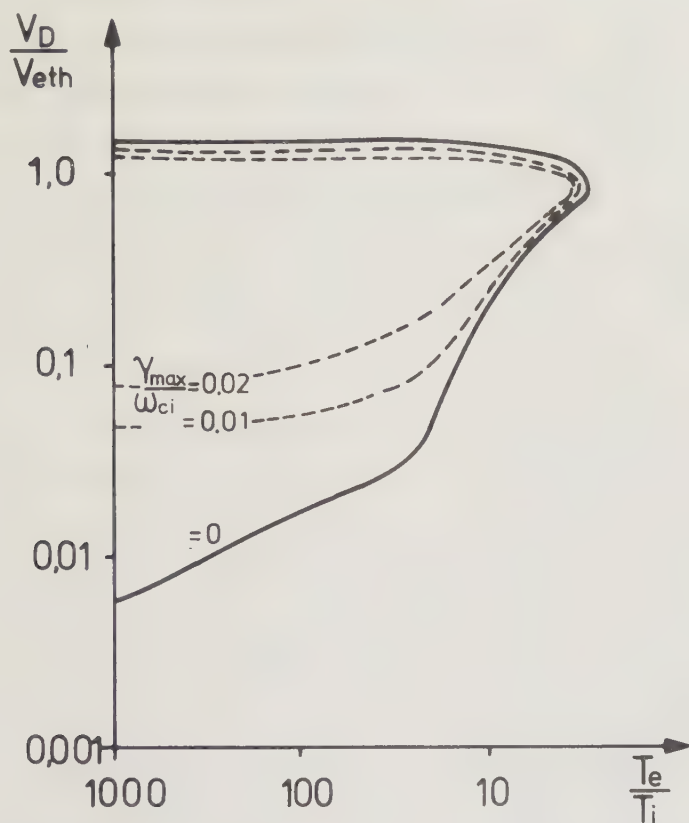


Abb. 4 Maximale Anwachsrate der Ionenschallinstabilität
(nach Stringer /15/)

Die Anwachsrate wird für $T_e/T_i \gg 1$ unabhängig von T_e/T_i . Bei $v_D/v_{eth} \approx 1$ setzt die Buneman-Instabilität ein, deren Anwachsrate im ganzen Bereich von T_e/T_i unabhängig ist. Sie wurde hier weggelassen, weil man in den untersuchten Fällen weit davon entfernt liegt.

Es gibt Abschätzungen von Sagdeev und anderen über die effektive Stoßfrequenz, die bei der Sättigung dieser Instabilität durch nichtlineare Ionen Landau-Dämpfung auftritt /11/, /12/. Er erhält

$\nu^* = A \cdot \frac{v_D}{v_{eth}} \frac{T_e}{T_i} \omega_{pe}$. Für A gibt er den Wert 10^{-2} an. In /1/ sind Ergebnisse von verschiedenen unabhängigen Messungen zitiert, die für A den Wert 10^{-3} bei ansonsten richtiger Skalierung ergeben. In /16/ sind Messungen beschrieben, die leicht abweichende Werte für A ergeben.

Es zeigt sich allerdings inzwischen, daß die Annahme der nicht-linearen Landau-Dämpfung nicht das richtige Bild ist. Nach neueren Ergebnissen /21/, /22/ scheint Sättigung durch lineare Landau-Dämpfung vorzuliegen. Die Wechselwirkung findet statt zwischen den Elektronen und dem hochenergetischen Anteil der Ionen. Nach den Ergebnissen der numerischen Rechnungen für diesen Fall /22/ stimmt in der Sättigung dieser Wert der effektiven Stoßfrequenz mit dem oben genannten etwa überein. Allerdings ist die Skalierung in /22/ anders, man kann sie nicht direkt mit der Formel von Sagdeev vergleichen. Daher kann man die Argumentation von der früheren Diskussion der effektiven Stoßfrequenz hier direkt übernehmen.

Bei schwachem Magnetfeld geht die ionenakustische Instabilität in die Buneman-Instabilität über, wenn die Driftgeschwindigkeit der Elektronen etwas größer als die mittlere thermische Geschwindigkeit der Elektronen wird. Diese Instabilität kann bei beliebigen T_e/T_i anwachsen. Bei kleineren Driftgeschwindigkeiten kann nur die ionenakustische Instabilität anwachsen, aber auch nur, wenn T_e/T_i groß genug (siehe Abb. 4) ist. Im Fall eines Plasmas mit überlagertem Magnetfeld sind die Verhältnisse komplizierter. Man kann aber die obigen Überlegungen auch anwenden, wenn das Magnetfeld relativ schwach ist, d.h. $\omega_{pe} \gg \omega_{ce}$. Lashmore-Davies /14/ behandelt für diesen Fall auch noch die Elektron-Zyklotron-Drift-Instabilität EZDi und die modifizierte Zweistrominstabilität nach Krall /17/. Auch diese Instabilitäten sind für den vorliegenden Fall weniger bedeutend, weil die EZDi wahrscheinlich durch Stöße überkritisch gedämpft wird und weil das Magnetfeld relativ schwach ist.

Von Lashmore-Davies /14/ wird nur die jeweils maximale Anwachsrate numerisch ermittelt, man kann daraus, siehe z.B. Abb. 5, nur ungefähr die Art der Instabilität feststellen.

Beim Vergleich mit den Ergebnissen von Lashmore-Davies muß noch berücksichtigt werden, daß er die Rechnungen für ein Wasserstoffplasma ausgeführt hat, für Deuterium bedeutet das einen Unterschied in m_e/m_i um einen Faktor 2. Außerdem setzt er $\omega_{pe} : \omega_{ce} = 68$. Er zeigt allerdings, daß eine Änderung dieses Verhältnisses um 4 Größenordnungen gerade einen Faktor

2 in der maximalen Anwachsrate ausmacht.

In Abb. 5 sind die bezüglich der Wellenlänge und Ausbreitungsrichtung maximalen Anwachsrate nach Lashmore-Davies /14/ aufgetragen. Der untere Teil der Kurve für $T_e \gg T_i$ bezieht sich auf die EZDI, der obere auf die ionenakustische Instabilität. Die Kurve für $T_e = T_i$ bezieht sich auf die Bernstein-Instabilität /14/. Die maximale Anwachsrate für die modifizierte Zweistrominstabilität ist etwa halb so groß. Es wurde mit $m_i/m_e = 1836$ und $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 68$ gerechnet.

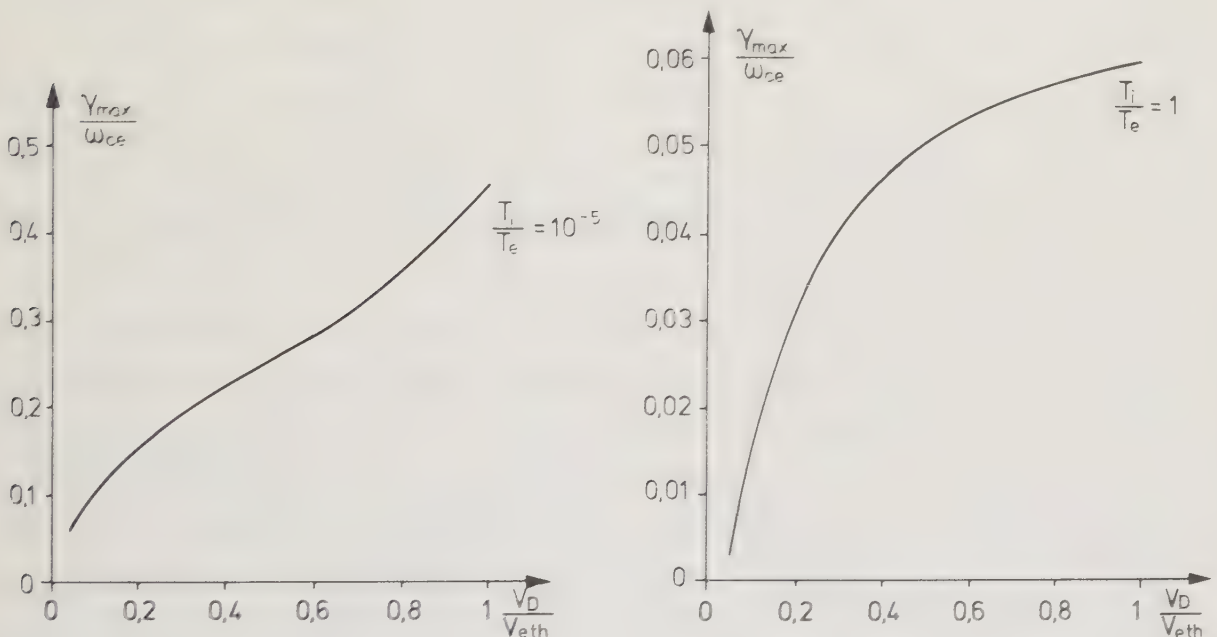


Abb. 5 Maximale Anwachsrate der Instabilitäten
(nach Lashmore-Davies /14/)

Alle diese Rechnungen wurden für stoßfreie Plasmen durchgeführt. Man kann die Ergebnisse daher nicht ohne weiteres auf das untersuchte Plasma beziehen. Insbesondere wird man erwarten, daß die Grenzen des Bereichs, in dem die Instabilitäten auftreten können, durch den Einfluß der Stöße etwas verschoben werden. Die Instabilitätsbedingungen, die oben beschrieben wurden, müssen also nicht unbedingt exakt erfüllt sein, damit im Plasma eine Instabilität auftreten kann.

II. EXPERIMENTELLER AUFBAU

II.1 Die Thetapinch-Apparatur

Die Experimente wurden an einer modifizierten Thetapinch-Apparatur durchgeführt. Sie besteht aus einem Entladungsrohr aus Quarz mit einem Durchmesser von 20 cm und einer Länge von 135 cm, das von einer einwindigen Spule der Länge 45 cm umgeben ist. In dieses Gefäß wird durch ein Einlaßsystem eine genau regulierbare Gasmenge, meist Deuterium, bei einem Druck der Größenordnung Millitorr, eingelassen. Vor der eigentlichen Entladung wird das Gas zunächst durch einen HF-Sender vorionisiert und danach durch die Entladung einer Kondensatorbatterie der Kapazität $1\,\mu\text{F}$ und der maximalen Spannung 40 kV weiter aufgeheizt und ionisiert. Diese Batterie wird dann durch einen Crow-bar-Schalter im Stromnulldurchgang kurzgeschlossen. Nach einer gewissen Verzögerung, die notwendig ist, um evtl. vorhandene Magnetfelder ausdiffundieren zu lassen, wird eine zweite Kondensatorbatterie der Kapazität $24\,\mu\text{F}$ und maximaler Spannung von 16 kV gezündet und im Strommaximum kurzgeschlossen. Dadurch wird dem Plasma ein annähernd stationäres Magnetfeld von einigen hundert Gauß überlagert. Nach einer weiteren Verzögerung, in welcher das Feld und das Plasma homogen werden kann, wird schließlich die Hauptbatterie der Kapazität $5\,\mu\text{F}$ und der maximalen Spannung von 40 kV gezündet. Dadurch wird das Plasma komprimiert und eine Stoßwelle erzeugt. Früher wurden an der Apparatur stärkere Stoßwellen untersucht. Um in den Bereich der kleinen und mittleren Machzahlen zu gelangen, genügt es nicht, einfach die Spannung an der Hauptkondensatorbatterie zu verringern, weil dann die Anwachsrate des treibenden Feldes zu klein wird. Außerdem zünden die Druckfunkenstrecken bei geringeren Spannungen nicht mehr zuverlässig. Daher wurde der Strom der Hauptbatterie durch einen Elektrolytwiderstand (NH_4Cl , der Widerstand ließ sich durch Änderung der Konzentration variieren, er lag in der Größenordnung $1\,\Omega$) ^{gedämpft} durch. Dadurch erhielt man die erwünschte Form des Impulses: steiler Anstieg und langsamer Abfall. Die maximale Anwachsrate betrug 0,6 bis $1,1 \cdot 10^{10}$ Gauß $\cdot \text{s}^{-1}$, je nach dem Widerstand. Das maximale Feld lag in der Größenordnung 1 Kilogauß. (Siehe auch Anhang)

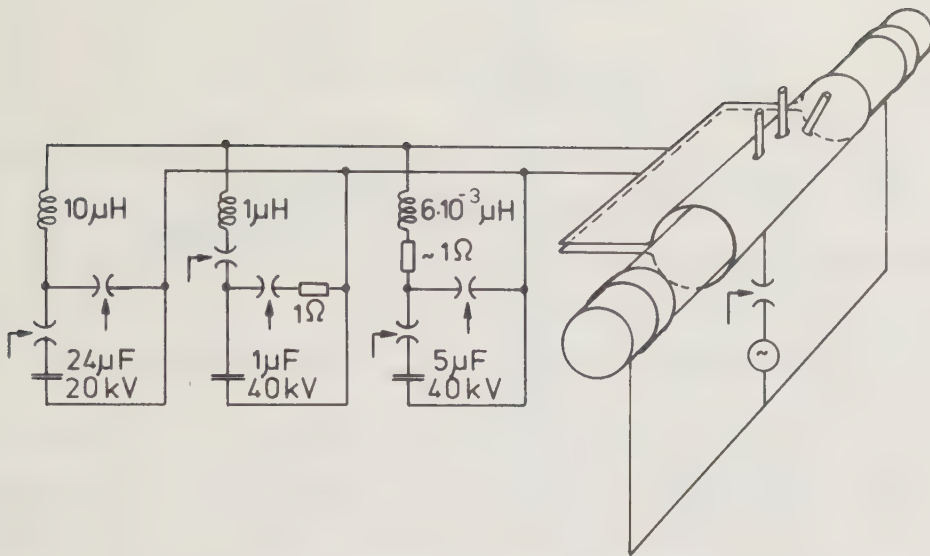


Abb. 6 Schaltbild der Thetapinch-Apparatur

II.2 Diagnostik

II.2.1 Streuung von Laserlicht

Als Methode zur Bestimmung der lokalen Plasmadichte und Elektronentemperatur wurde Thomsonstreuung von Laserlicht unter 90° verwendet. Eine Übersicht über die Meßanordnung gibt die Abb. 7.

Da Thomson- und Rayleigh-Gurewicz die gleiche Streucharakteristik besitzen, kann man diese Gleichung vereinfachen:

$$\frac{I_{\text{sc}}}{I_0} = \frac{a_{\text{sc}}}{a_0} \frac{\sigma_{\text{sc}}}{\sigma_0} \frac{L_{\text{sc}}}{L_0} \quad \sigma_{\text{sc}} = \frac{2}{3} r_0^2 \cdot r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} \quad (12)$$

$$\sigma_0 = \frac{2}{3} \frac{r_0^2}{L_0} \frac{(k^2 - 1)^2}{4} \quad (13)$$

k ist der Brechungsindex.

In unserem Fall wurde für die Rayleigh-Gurewicz-Strahlung Silikon verwendet. Hier ergibt sich für n_2 unter 1 Torr und bei Raumtemperatur eine äquivalente Elektronendichte $2,6 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$.

Die Laserlinie wird durch Dopplereffekt aufgrund der thermischen Bewegung der Elektronen verbreitert. Falls eine Maxwellverteilung vorliegt, so hat das Profil die Form einer Gauß-Verteilung und es gilt die folgende Formel für die Linienbreite:

$$\Delta \lambda_{1/2} = k \lambda_0 \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{2}{m_e c^2} \ln 2} \quad (14)$$

λ_0 ist die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, hier also $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$. θ ist der Streuwinkel, in vorliegendem Fall also 90° .

Aus einem Messwert des Linienprofils erhält man die Halbwertsbreite und daraus die Temperatur. Hierzu wurde ein Filter der Halbwertsbreite 3 nm verwendet. Die minimale Halbwertsbreite des Profils des Streulichts betrug bei der Anfahrtemperatur von ca. $2,5 \text{ eV}$ etwa 30 nm .

Bei der Messung zeigte sich, daß man das Profil im Rahmen der Meßgenauigkeit als Gaußprofil auffassen kann. Außerdem kann man in der beschriebenen Situation auch nur schwache Abweichungen von der Maxwellverteilung erwarten, weil die durch den Magnetfeldsprung induzierte Driftgeschwindigkeit der Elektronen senkrecht zur einfallenden und gestreuten Strahlung verläuft. Damit eine Verteilung der Laserlinie gemessen werden kann, muß also schon ein Ausgleich der Geschwindigkeiten stattgefunden haben.

II.2.2 Sonden zur Messung der magnetischen und elektrischen Felder

Zur Messung des Magnetfeldes wurde eine Mikrosonde verwendet, deren Fläche ca. 1 mm^2 betrug. Damit konnte eine befriedigende räumliche Auflösung erreicht werden, da die Länge der Front, speziell in den genauer untersuchten Fällen, ca. 1 cm betrug. Die Sonde war in radialer Richtung verschiebbar. Wenn an dem Ort gemessen wurde, an dem auch die Laserstreumessungen stattfanden, war die Sonde über die Achse hinaus in das Rohr hineingeschoben. Dadurch wurde erreicht, daß die Stoßwelle, die sich radial auf die Achse zu fortpflanzt, nicht schon in ihrer Entstehung durch die Sonde beeinflußt wird. Der Einfluß der Sonde auf das Plasma ist nicht leicht zu übersehen. Daher kann man sich nicht allein auf Sondenmessungen verlassen, sondern muß auch noch andere Meßmethoden heranziehen. Beim Vergleich der Magnetfeldprofile mit den durch Laserstreulichtmessung ermittelten Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofilen zeigt sich, daß das Magnetfeldprofil dagegen etwas "verschmiert" aussieht.

Durch Messungen bei verschiedenen Radien wurde die Stationarität der Stoßwelle geprüft und ihre Geschwindigkeit bestimmt. Da der Ort der Laserstreumessung bei $r = 3,5 \text{ cm}$ festlag, wurden die Profile als Funktionen der Zeit gemessen. Bei Kenntnis der Geschwindigkeit und falls die Stoßwelle stationär ist kann man den räumlichen Verlauf bestimmen. Speziell kann man daraus die Breite der Front ermitteln. Zur Messung des elektrischen Feldes in der Front wurde eine Sonde, die von Herrn Brandt konstruiert wurde, verwendet. Sie hatte zwei Elektroden im Abstand von 2 mm. Die Abbildung zeigt den schematischen Aufbau.

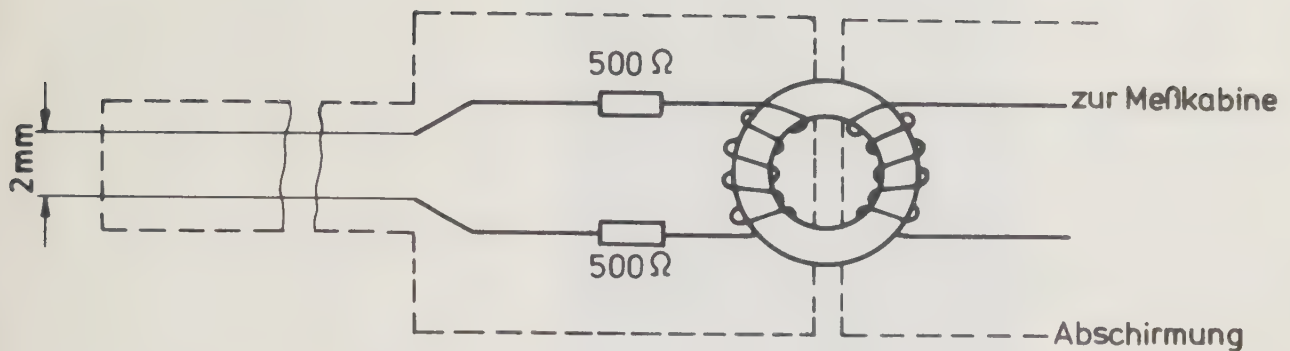


Abb. 8 Schematisches Bild der elektrischen Sonde

Die Sonde wurde in axialer Richtung eingeführt. Dabei wurde eine merkliche Veränderung der Anfangsbedingungen festgestellt, so daß die Ergebnisse dieser Messungen nur mit Einschränkungen verwendet werden können.

III. ERGEBNISSE

III.1 Untersuchung von Stoßwellen klassischer Resistivität

III.1.1 Magnetfeldprofile bei kleinen Machzahlen

Um einen Ausgangspunkt für die weiterführenden Messungen zu bekommen, wurden zuerst Messungen bei relativ kleinen Machzahlen $M_A \approx 2$ und bei größeren Elektronendichten ($\approx 10^{14} \text{ cm}^{-3}$) durchgeführt. Daher war hier die Aufheizung relativ gering und die Driftgeschwindigkeit der Elektronen klein, man kann die Driftgeschwindigkeit für $\beta \ll 1$ abschätzen zu $v_D \approx c_s \varepsilon^2 \frac{\omega \tau}{\sqrt{P}}$, so daß hier keine Abweichungen von der klassischen Resistivität erwartet wurden.

Wie in Kapitel I.2.1 dargelegt wurde, beschreibt die Theorie von Grad und Hu die Stoßwelle vollständig, d.h. unter Berücksichtigung sämtlicher Dissipationsmechanismen. Die einzige Voraussetzung besteht in der Beschränkung auf schwache Stöße. Für das Dichte- und Magnetfeldprofil erhält man die Form einer Tangens-Hyperbolicus-Funktion. Die Abbildung zeigt ein gemessenes Magnetfeldprofil. Zusätzlich sind Punkte der berechneten Funktion eingetragen. Es zeigte sich gute Übereinstimmung.

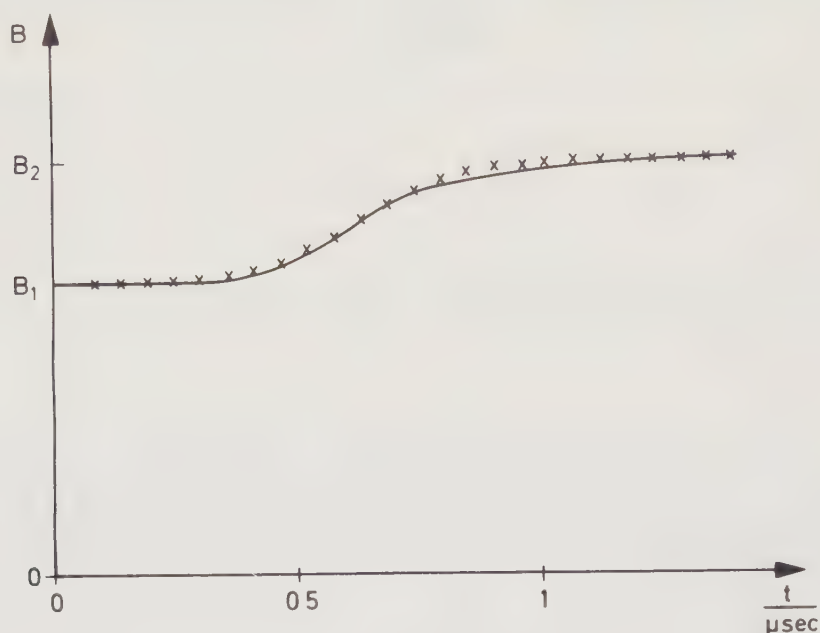


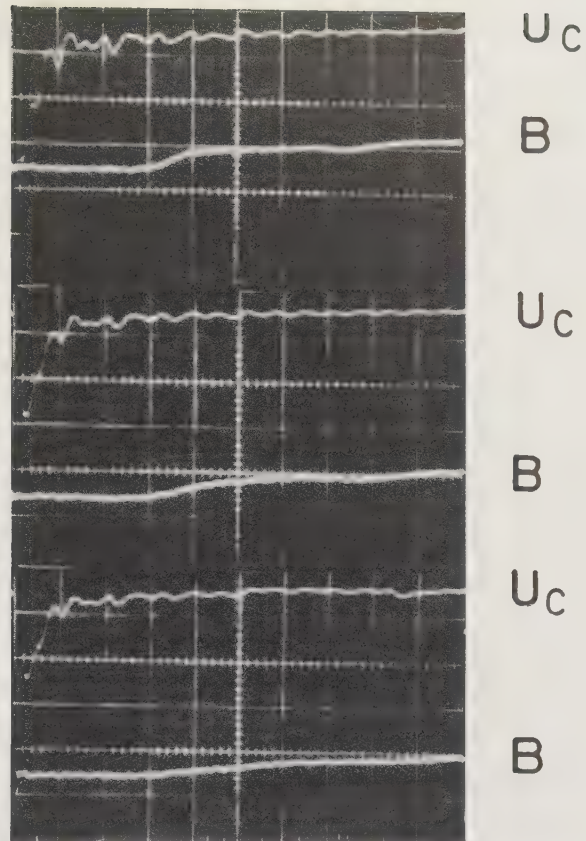
Abb. 9 Vergleich des gemessenen Magnetfeldprofils (—) mit der Tanh-Funktion (X).

Weiterhin wird durch diese Theorie die Abhängigkeit der Stoßbreite von der Stoßstärke $\xi = \frac{M}{2} (1 - 1/\gamma)$ (M = Machzahl, γ = Verdichtungsverhältnis) beschrieben. Die Theorie sagt für die Stoßbreite Δ folgendes: $\Delta = \frac{L}{2\xi}$, wobei L nur von den Anfangsbedingungen abhängt. Bei wachsender Stoßstärke sollte die Front also schmaler werden. Die qualitative Übereinstimmung zeigt die Abbildung.

$$U_B = 20 \text{ kV}$$

$$U_B = 18 \text{ kV}$$

$$U_B = 16 \text{ kV}$$



0,2 $\mu\text{sec}/\text{div}$

Abb. 10 Die Abhängigkeit der Frontbreite von der Stoßstärke, hier über die Spannung an der Kondensatorbatterie U_B eingestellt, und der Verlauf der Spannung an der Spule U_C

Die Stoßstärke wurde durch Änderung der Spannung an der Spule variiert.

In der folgenden Abbildung wird eine genauere Auswertung von Meßreihen gezeigt.

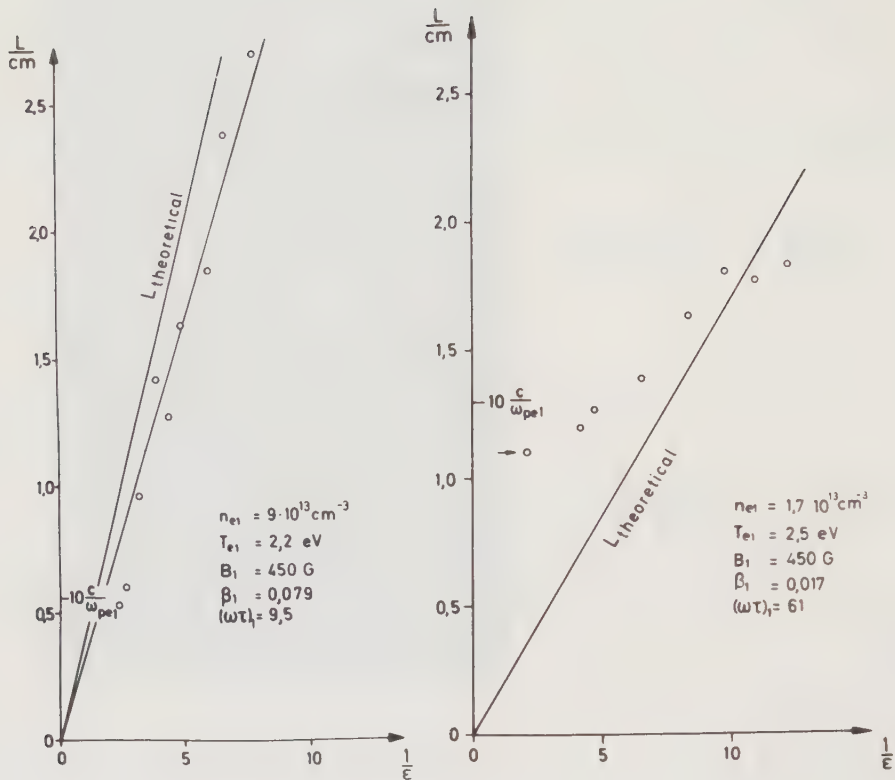


Abb. 11 Die Frontbreite als Funktion der reziproken Stoßstärke (Vergleich mit der Theorie von Hu [2/])

Dabei zeigte sich in gewissen Bereichen recht gute Übereinstimmung, daneben traten auch Abweichungen auf. Die Abweichung bei kleinem ξ erklärt sich durch die Gefäßdimensionen. Es kann sich keine stationäre Stoßwelle mit einer Breite $> 2 \text{ cm}$ ausbilden. Der Gefäßradius beträgt zwar 10 cm , der Radius der Plasmasäule dagegen, die vom überlagerten Magnetfeld zusammengehalten wird, nur $\text{ca. } 6 \text{ cm}$. Bei der linken Kurve zeigen sich bei größeren ξ Abweichungen nach unten hin, hier ist die Stoßfrontbreite kleiner als die berechnete. Diese Abweichung tritt bei stärkeren Stößen auf. Das wird durch den Einfluß der Temperaturerhöhung erklärt. Da in der Theorie von Grad und Hu die resistive Aufheizung vernachlässigt wird, so kann man bei stärkeren Stößen, d.h. merklicher Aufheizung, Abweichungen er-

warten. Das Tanh-Profil wird verzerrt. Es gilt z.B. $B \sim \tanh\left(\frac{\epsilon x}{L}\right)$. Bei merklicher Aufheizung ist L nicht mehr konstant, sondern nimmt ab als Funktion von x . Dadurch wird die Front schmaler. (vgl. auch Kapitel II.1.2). In einem solchen Fall (im weiteren als Fall I bezeichnet) wurde die erste lokale Messung der Elektronendichte, Elektronentemperatur und Magnetfeld durchgeführt (Kapitel III.1.2).

Bei der rechten Kurve der Abb. 11 zeigen sich Abweichungen in der anderen Richtung. Hier wurden Messungen bei kleineren Dichten durchgeführt. Dabei wurden die Stoßfronten breiter als berechnet. Auch hier zeigen sich die Abweichungen um so deutlicher, je stärker der Stoß ist. Diese Abweichungen wurden durch das Auftreten von anomaler Leitfähigkeit erklärt. Da im resistiven Fall die Breite der Stoßfront der effektiven Stoßfrequenz ν_{eff} proportional ist, führt eine Erhöhung von ν_{eff} zu einer Verbreiterung der Front. Hier konnte man zunächst nur eine erhöhte effektive Stoßfrequenz ν_{eff} angeben. Über das genauere Verhalten von ν_{eff} folgt aus diesen Messungen noch nichts. Hierüber kann man erst durch lokale Messungen in der Front Aufschluß erhalten. Das Ergebnis derartiger Messungen wird im Kapitel III.2.1 beschrieben (Fall II).

III.1.2 Magnetfeld-, Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile (Fall I)

Wie im vorhergehenden Abschnitt beschrieben wurde, hat man Stoßbreiten gemessen /1/, die kleiner waren als nach der Theorie von Hu, in der alle Dissipationsmechanismen berücksichtigt werden. Das wird durch die Beschränkung dieser Theorie auf schwache Stöße erklärt. Speziell bei merklicher Aufheizung ergeben sich Abweichungen, da diese in der Theorie von Hu vernachlässigt wird. Die Struktur und Breite der Front in solchen Fällen wird durch spezielle Theorien beschrieben, z.B. von Jourdan /6/. Dabei wird davon ausgegangen, daß resistive Stoßwellen vorliegen, und im allgemeinen klassische Resistivität vorausgesetzt. Speziell die Frage, ob klassische Resistivität vorliegt, kann durch lokale Messung der Elektronendichte n_e , Elektronentemperatur T_e und des Magnetfeldes B in der Front

beantwortet werden. Diese Messungen dienten noch einem zweiten Zweck: hier konnte in einem Fall (Fall I), bei dem keine Abweichungen von der klassischen Theorie erwartet wurden, Erfahrungen mit der Meßmethode gesammelt werden.

Die Tabelle zeigt die Eigenschaften des Anfangsplasmas und der Stoßwelle, und die Abbildungen zeigen das Ergebnis der lokalen Messungen.

Tabelle der Daten des Anfangsplasmas und der Stoßwelle (Fall I)

$\frac{n_1}{\text{cm}^{-3}}$	$\frac{T_{e1}}{\text{eV}}$	$\frac{B_1}{\text{G}}$	β_1	$(\omega_{ce} \tau_{ee})_1$	$\frac{v_s}{\text{cm s}^{-1}}$	M_A	ξ
$1,2 \cdot 10^{14}$	2,5	450	0,12	8,97	$1,18 \cdot 10^7$	2,0	0,5

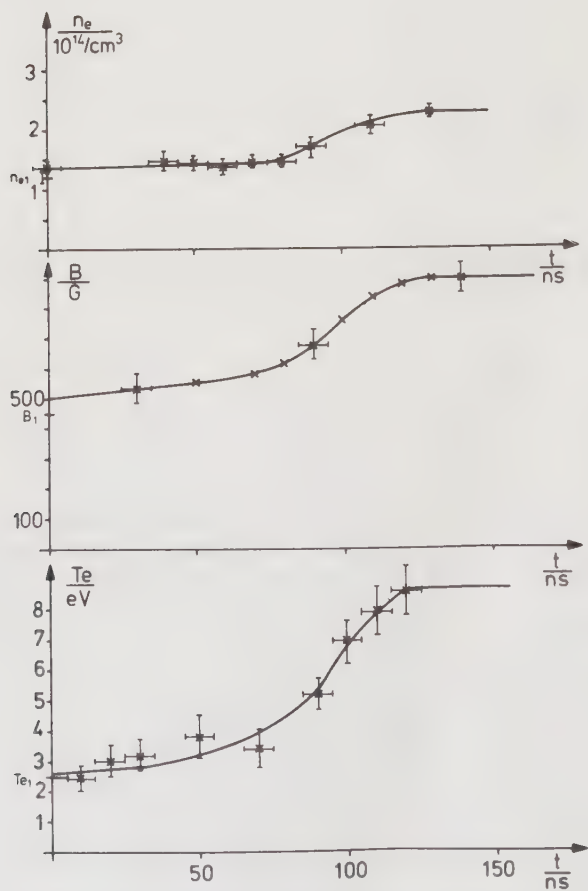


Abb. 12 Approximierte Kurven für Elektronendichte und -temperatur, Magnetfeldmessung (Fall I)

Da bei diesem Fall die Aufheizung schon merklich ist, kann man den Vergleich mit der Theorie von Grad und Hu nur mit Einschränkungen durchführen. Besonders deutlich ist beim B-Profil die Abweichung von Tanh-Profil zu erkennen. Im ersten Anstieg ist die Übereinstimmung noch gut, danach wird das Profil immer steiler. In der Stoßbreite machen sich die Abweichungen nicht so stark bemerkbar. Die Stoßbreite ist üblicherweise so definiert

$$\Delta = \frac{\Delta B}{\frac{dB}{dx}} \Big|_{\max}$$

Es ergibt sich $\Delta_g = 0,94 \text{ cm}$

$$\Delta_{th} = 0,97 \text{ cm}$$

(g bedeutet: gemessen, th: der theoretische Wert nach Grad und Hu /4/).

In der $\omega\tau$ - β -Ebene, die in Abb. 2 nach Grad und Hu aufgeteilt ist, wurde der Punkt, der den Anfangszustand vor der Stoßwelle charakterisiert, für den Fall I mit I gekennzeichnet. Er liegt im Gebiet (5c), in dem nach der Theorie die Resistivität der dominierende Dissipationsmechanismus ist.

Zur Berechnung der lokalen Werte der Resistivität wurde wie üblich (siehe z.B. /19/) der Energiesatz benutzt.

$$\frac{dT_e}{dx} = \frac{2}{3} \frac{T_e}{n} \frac{dn}{dx} + \frac{2,62 \cdot 10^9}{n_1 v_s} \frac{1}{\sigma} \left(\frac{dB}{dx} \right)^2$$

Die Temperatur ist hier schon auf die Energieeinheit eV umgerechnet. σ ist die Leitfähigkeit, also $\frac{1}{\sigma}$ die Resistivität. Für gröbere Abschätzungen kann man die Differentialgleichung als Differenzengleichung behandeln, in die man Anfangs- und Endwerte bzw. deren Mittelwerte einsetzt und dann nach $\overline{\sigma}_{eff}$ auflöst. Dieser Wert wurde mit $\overline{\sigma}_{Sp}$ verglichen, dem nach Spitzer /10/ aus den gleichen Mittelwerten berechneten Wert der Leitfähigkeit. (vgl. Abschnitt III.2.2.2). Dabei ergab sich gute Übereinstimmung.

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{eff} &= 1,42 \cdot 10^{-7} & \text{E.M.U.} \\ \overline{\sigma}_{Sp} &= 1,33 \cdot 10^{-7} \end{aligned}$$

Die gleiche Rechnung wurde mit den lokal gemessenen Werten durchgeführt. Dabei ergab sich im Rahmen der Meßgenauigkeit Übereinstimmung zwischen den lokal gemessenen und nach Spitzer berechneten Werten der Leitfähigkeit. Die Abweichungen betrugen zwar mehrere 100%; aber da bei der Berechnung von σ_{eff} die Differenz von Gradienten gebildet werden muß, $\sigma \sim \frac{4T}{T} - \frac{2}{3} \frac{4n}{n}$, und diese relativ klein sind, so sind die Fehlergrenzen relativ groß. Nur falls eine Anomalie aufgetreten wäre, bei der sich σ_{eff} von σ_{Sp} um mehr als einen Faktor 5 unterscheidet, hätte man signifikante Unterschiede feststellen können.

Man kann auch umgekehrt vorgehen und in den Energiesatz (siehe oben) die Leitfähigkeit nach Spitzer einsetzen und die Gleichung, wieder als Differenzengleichung aufgefaßt, als Bestimmungsgleichung für die Endtemperatur T_{e2} benutzen. Dabei ergibt sich $T_{e2} = 8,4 \text{ eV}$.

Wenn man für die anderen Variablen die Differenzen aus Anfangs- und Endwert bzw. deren Mittelwert einsetzt, erhält man aus dem Energiesatz eine Differentialgleichung für T , die man direkt integrieren kann. Auf diese Weise ergibt sich $T_{e2} = 8,7 \text{ eV}$.

Gemessen wurde ebenfalls $T_{e2} = 8,7 \text{ eV}$.

Für das gemessene Profil wurden auch die Werte von v_D/v_{eth} und T_e/T_i berechnet. Die Driftgeschwindigkeit folgt aus dem Magnetfeldprofil, da $\vec{j} \sim \text{rot } \vec{B}$ und $j = n_e e v_D$. Die Ionentemperatur wurde durch die adiabate Aufheizung bestimmt. Nach den Erhaltungssätzen und nach den Plasmaparametern ist keine stärkere Aufheizung der Ionen zu erwarten. Diese Größen sind charakteristisch für die Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht und gehen wesentlich in die Bedingungen für das Auftreten einer Instabilität ein. Es zeigt sich, daß diese Größen relativ klein sind: $T_e/T_i < 2$ und $v_D/v_{\text{eth}} \leq 0,1$. Auch die Mittelwerte über die Front betragen nur: $\overline{T_e/T_i} = 1,5$ und $\overline{v_D/v_{\text{eth}}} = 0,08$.

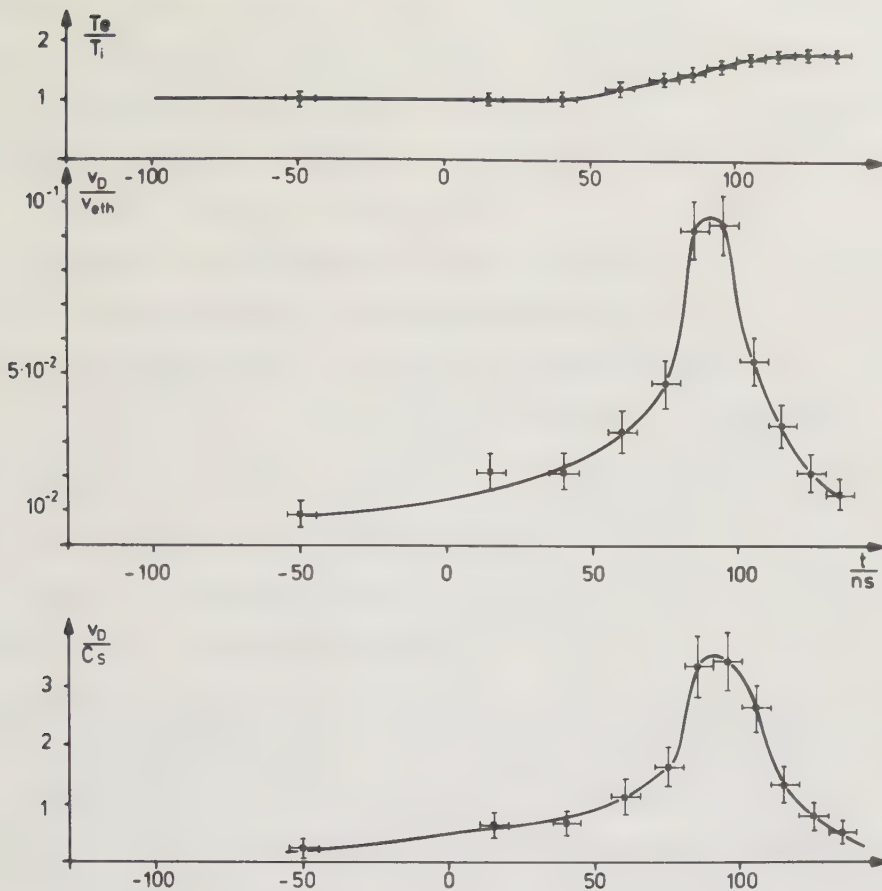


Abb. 13 Verhältnis der Elektronen- zur Ionentemperatur und der Driftgeschwindigkeit der Elektronen zu ihrer thermischen und zur Schallgeschwindigkeit (Fall I)

In diesem Fall wurde keine oszillatorische Struktur der Front erwartet, weil die Oszillationen mit der unteren Hybridfrequenz $\omega_H = \sqrt{\omega_{ce} \omega_{ci}}$ schon durch Elektron-Ion-Stöße aperiodisch gedämpft werden. Nach /13/ ist der Parameter $\alpha = \frac{v_{eff}}{M_A \sqrt{\omega_{ce} \omega_{ci}}}$ bestimmend für die Struktur der Front.

Wenn $\alpha \geq 1$, dann treten keine Oszillationen auf. Diese Bedingung ist in Fall I schon für die binäre Elektron-Ion-Stoßfrequenz erfüllt, die für die Prozesse in der Front in Fall I wesentlich ist.

III.1.2.2 Diskussion der Ergebnisse

Wie im Kapitel I.2.1 diskutiert wurde, ist die Theorie von Grad und Hu nur bei Stoßwellen mit vernachlässigbarer Aufheizung anwendbar. Immerhin bleiben aber die Voraussetzungen erfüllt, daß es sich um binäre Wechselwirkung handelt, und außerdem ist auch für diese Machzahl (≈ 2) die Resistivität noch der dominierende Mechanismus. Daher ist es interessant zu sehen, wie gut die Übereinstimmung mit der Theorie von Grad und Hu noch ist. Der Vergleich ergibt befriedigende Übereinstimmung in Bezug auf die Breite der Front, bezüglich der Form des Profils ist die Übereinstimmung weniger gut. Wenn man die Leitfähigkeit nach Spitzer mit der gemessenen Leitfähigkeit vergleicht, so erhält man gute Übereinstimmung. Dabei ist es unwesentlich, ob die Rechnungen lediglich mit den Mittelwerten über der Front oder den lokalen Werten durchgeführt werden. Man sieht, daß die Kenntnis der Breite der Front allein noch nicht ausreicht, um die Frage der Übereinstimmung mit der Theorie von Grad und Hu zu klären. Hierzu muß man die Struktur der Front kennen. Andererseits sieht man, daß diese Theorie eine brauchbare Abschätzung für die Breite der Front liefert, auch wenn die Aufheizung merklich ist.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß hier eine Stoßwelle untersucht wurde, bei der die Resistivität der dominierende Dissipationsmechanismus ist. Die gemessene Resistivität stimmt gut mit der von Spitzer /10/ berechneten überein. Es liegt also keine Anomalie vor, sondern die Voraussetzung der binären Wechselwirkung allein genügt, um die Eigenschaften des Plasmas zu beschreiben.

III.2 Untersuchung von Stoßwellen mit anomaler Resistivität

III.2.1 Magnetfeld, Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile (Fall II)

Wie schon mehrmals erwähnt wurde, erhielt man bei früheren Messungen Werte für die Resistivität, die um bis zu 3 Größenordnungen von den klassischen abwichen. Bei diesen Messungen waren nur Mittelwerte über die Front bestimmt worden. Für eine

Prüfung der vorliegenden Theorien der anomalen Leitfähigkeit erschien es zweckmäßig, einen solchen Fall genauer zu untersuchen, um durch die Bestimmung der lokalen Leitfähigkeit genauere Aussagen über deren Wert und Verlauf der Anomalie zu erhalten. Um das zu realisieren, mußten mehrere Forderungen erfüllt werden.

1. Die Energiedissipation in der Stoßwelle soll im wesentlichen durch Ohm'sche Heizung bewirkt werden.

Die Plasmamaparameter wurden so gewählt, daß z.B. nach Jourdan /6/ (Vgl. Kap. I.2.2) die Resistivität dominierend ist. Aus den Parametern des untersuchten Falls ergibt sich $\frac{u_1}{v_{A1}} = 10,5$ und $\frac{u_1}{v_{A1}} = 2$. Daß in diesem Parameterbereich die u_{S1} Resistivität dominierend ist, wurde durch die Untersuchung von Stoßwellen, in denen nur normale Resistivität wirkt, bestätigt (vgl. Messungen Fall I).

2. Die Aufheizung muß wesentlich größer sein als diejenige, die man durch die Rechnung mit Resistivität aufgrund der binären Wechselwirkung erhält.

Die Endtemperatur der untersuchten Stoßwelle lag um 200% über der, die aufgrund der klassischen Resistivität erreichbar wäre.

3. Die Struktur der Front soll durch unsere Meßapparaturen aufgelöst werden können, um die lokalen Werte bestimmen zu können.

Diese Bedingung war schwer zu erfüllen. Sie steht im Gegensatz zu der zweiten, weil die Stoßstärke groß sein muß, um eine große Aufheizung zu erhalten. Dadurch wird aber die Stoßbreite klein und die Struktur der Front kann schwer aufgelöst werden. Es gelang, hier einen Kompromiß zu finden. Die Stoßbreite beträgt ca. 50 ns bei einer zeitlichen Auflösung von ca. 10 ns.

4. Die Bedingungen müssen sehr gut reproduzierbar sein, um konsistente Messungen zu ermöglichen.

Die Erfüllung dieser Forderung hatte einen sehr großen Zeitaufwand zur Folge. Da die Dichte des Plasmas relativ klein ist, konnte bei der Temperaturmessung zur Bestimmung des Profils der Linie des Streulichts wegen der geringen Intensität

keine mehrkanalige Messung vorgenommen werden. Um das Profil einer Linie abzutasten, mußten daher die Messungen nacheinander ausgeführt werden. Ebenso wie bei der Dichtebestimmung, mußten diese Messungen auch zu verschiedenen Zeiten durchgeführt werden, um den zeitlichen Verlauf in der Front zu erhalten. Schließlich mußten aufgrund der statistischen Schwankungen jeweils mehrere Messungen durchgeführt werden, um einen Mittelwert bilden zu können. Die Konstanz der Bedingungen wurde durch eine Vielzahl von Monitoren geprüft, die den Verlauf des Entladungsvorganges registrierten. Es wurde der Spannungsverlauf an der Kondensatorbatterie, durch deren Entladung das überlagerte Magnetfeld erzeugt wurde, aufgezeichnet, um die Reproduzierbarkeit des Feldes zu überprüfen. Weiter wurde der Spannungsverlauf an der Kompressionspule aufgezeichnet, um die Entladung der Vorheizbatterie und der Hauptbatterie zu kontrollieren. Außerdem wurde die Intensität der H_{β} -Linie während der Vorheizentladung registriert. Es hatte sich gezeigt, daß durch diesen Monitor die Konstanz der Anfangsdichte sehr genau überprüft werden konnte. Schließlich wurden auch noch die Signale der Magnetfeldsonde aufgezeichnet, woran man kontrollieren konnte, ob der Kompressionsvorgang sich gut reproduzierte. Es konnten nur die Aufnahmen verwendet werden, bei denen die Entladung genau gleich verlief.

5. Bei dem untersuchten Vorgang soll es sich um eine stationäre Stoßwelle handeln. (Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, lassen sich die Erhaltungssätze, siehe Kapitel I.1, nicht anwenden. Der Vergleich mit den verschiedenen Theorien über resistive Stoßwellen wäre dann nicht möglich. Auch die Messung der effektiven Stoßfrequenzen hätte dann weniger Aussagekraft, weil ihr Verlauf dann auch noch zeitabhängig wäre.) Dazu wurde die Konsistenz der Anfangsbedingungen und der Stoßbedingungen geprüft. Bei einer stationären Stoßwelle muß gelten $\eta = \frac{n_2}{n_1} = \frac{B_2}{B_1}$.

Aus η kann man die Machzahl berechnen (siehe Anhang, Fig. 3). Aus den Anfangsbedingungen läßt sich die Alfvén-Geschwindigkeit berechnen. $v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}$. Mit der gemessenen Stoßgeschwin-

digkeit v_s kann man daraus auf eine weitere Art (unabhängig von der ersten) die Machzahl bestimmen. Die Stoßgeschwindigkeit wurde durch Verschieben der Magnetfeldsonde in radialer Richtung gemessen. Außerdem wurde auf diese Weise die Stationarität der Stoßwelle bestätigt.

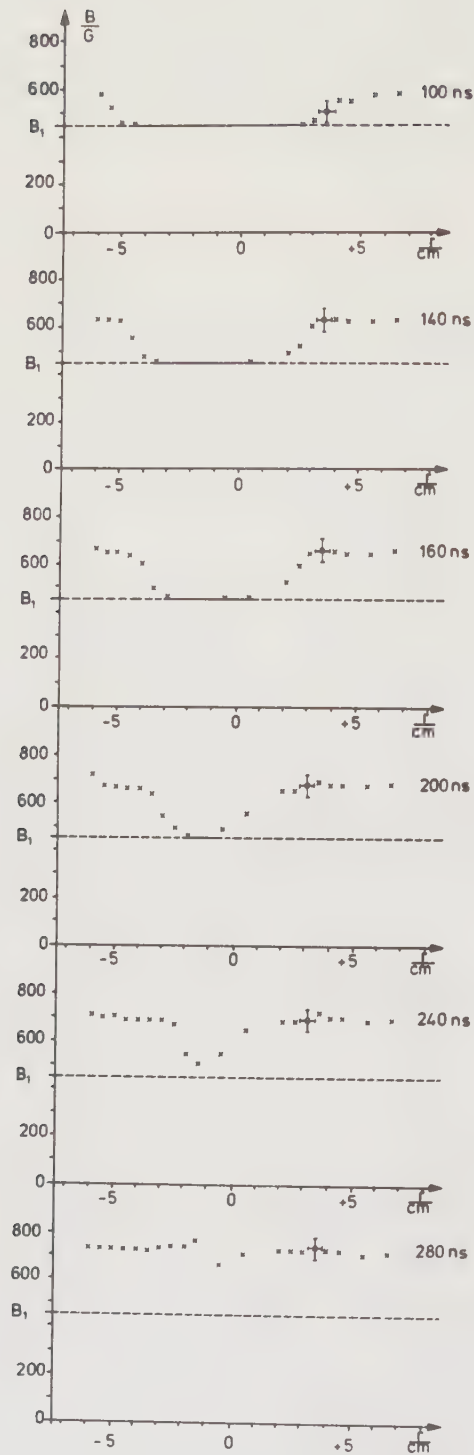


Abb. 14 Magnetfeld als Funktion des Radius während der Implosion

Die folgende Tabelle zeigt die Werte der Messungen

$$\eta = \frac{n_2}{n_1} = 1,74 \Rightarrow M_A = 1,63 \Rightarrow T_v = 10,39$$

$$\frac{B_2}{B_1} = 1,80 \Rightarrow M_A = 1,68 \Rightarrow T_v = 12,37$$

$$v_A = 1,31 \cdot 10^7 \text{ cm s}^{-1}$$

$$M_A = 1,80 \quad T_v = 17,27$$

$$v_s = 2,35 \cdot 10^7 \text{ cm s}^{-1}$$

Dabei ist $T_v = \frac{T_{e2} + T_{i2}}{T_1}$ (vgl. Anhang Fig. 1).

Um Aussagen über die Instabilität machen zu können, die für die Ausbildung der Anomalie verantwortlich ist, muß man die Ionentemperatur kennen.

Die Berechnung der Ionentemperatur ist leicht möglich, wenn die Bedingung 5 erfüllt ist. Aus $T_v = \frac{T_{e2} + T_{i2}}{T_1}$ und den gemessenen T_{e2} und T_1 (da die Zeit von der Erzeugung des Anfangsplasmas bis zur Kompression, $\approx 30 \mu\text{s}$, groß ist gegen die Ausgleichszeit der Temperaturen, $\approx 3 \text{ ns}$, wird angenommen, daß $T_{e1} = T_{i1} = T_1$) läßt sich dann die Ionentemperatur berechnen. Es zeigte sich, daß (im Rahmen der Meßgenauigkeit) die Berücksichtigung der adiabaten Kompression schon ausreicht, um die Ionentemperatur zu bestimmen (vgl. Abb. 19).

Nachdem es gelungen war, Bedingungen zu finden, bei denen diese Forderungen sämtlich erfüllt wurden, wurden die Messungen der lokalen Elektronendichte, Elektronentemperatur und des Magnetfeldes in der Stoßfront durchgeführt.

Die folgende Tabelle zeigt die wesentlichen Werte des Plasmas und der Stoßwelle und die Abbildungen das Ergebnis der Messungen für diesen Fall (Fall II)

$\frac{n_1}{\text{cm}^{-3}}$	$\frac{T_{e1}}{\text{eV}}$	$\frac{B_1}{G}$	β_1	$(\omega_{ce} \tau_{ee})_1$	$\frac{v_s}{\text{cm s}^{-1}}$	M_A	ξ
$2,85 \cdot 10^{13}$	2,5	450	0,028	37,8	$2,35 \cdot 10^7$	1,7	0,4

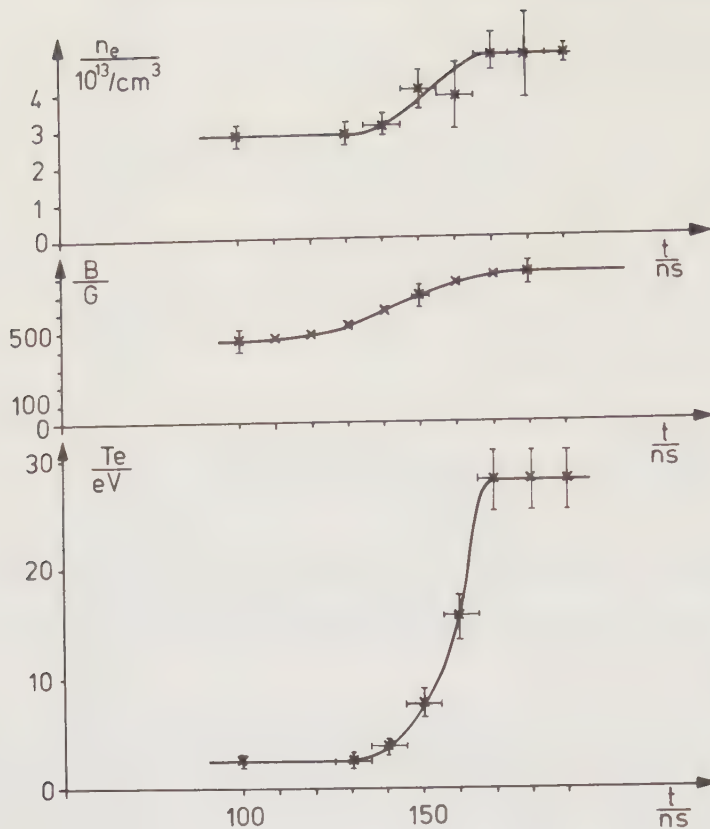


Abb. 15 Approximierte Kurven für Elektronendichte und -temperatur, Magnetfeldmessung (Fall II)

III.2.1.1 Das elektrische Feld in der Stoßfront

Wie schon im Kapitel II.2.2 erwähnt wurde, veränderte die axial eingeführte Sonde das Anfangsplasma deutlich. Inwiefern auch die Struktur der Front beeinflusst wurde, läßt sich nicht sagen, da bei eingeführter Sonde Vergleichsmessungen der Dichte oder des Magnetfeldes am Meßort nicht möglich waren. Man kann daher die Messungen des elektrischen Feldes nur unter Vorbehalt mit den anderen Messungen vergleichen.

Um das Auftreten des elektrischen Feldes zu verstehen, betrachtet man die Stoßwelle in einem Koordinatensystem, in dem die Stoßfront ruht. Die Elektronen und die Ionen strömen hier mit einer Geschwindigkeit, die gleich der Geschwindigkeit der Stoßfront im Laborsystem ist, auf die Front zu. In dieser werden sie komprimiert und aufgeheizt und sie erfahren die Wirkung des

Magnetfeldsprunges. Der Elektronenzyklotronradius, basierend auf der mittleren thermischen Geschwindigkeit, ist so klein, $R_{ce1} = 1,5 \cdot 10^{-2}$ cm, daß sie praktisch am Feld kleben bleiben. Der Ionenzyklotronradius beträgt dagegen $R_{ci1} = 0,9$ cm. Die Ionen werden also zunächst weiterströmen und sich von den Elektronen trennen. Es wird sich also ein elektrisches Feld aufbauen. Dessen Energie kann maximal so groß sein wie die Energie, die durch Abbremsung der Ionen gewonnen wird. Das ergibt eine Abschätzung für das maximale elektrische Feld. $e U = 1/2 m_i (v_1^2 - v_2^2)$. Es folgt $U_{\max} \simeq 400$ V.

Wenn das Feld homogen wäre, hätte man über die Meßlänge von 2 mm ein Feld von ca. 57 V cm^{-1} . Gemessen wurden 30 V cm^{-1} . Das ist eine zufriedenstellende Übereinstimmung.

III.2.2 Auswertung der Profile

III.2.2.1 Vergleich mit der Theorie für schwache Stöße

Nach Grad und Hu ist unter diesen Bedingungen die Resistivität der dominierende Dissipationsmechanismus. In der Abbildung 3 ist die Lage in der $\omega\tau$ - β -Ebene durch einen Punkt mit dem Index II bezeichnet.

Die Theorie von Hu sagt für die Profile einen Tanh-Verlauf voraus. Für die gemessenen Elektronendichte- und Magnetfeldprofile trifft das qualitativ noch zu. Da in dieser Theorie die Aufheizung vernachlässigt wird, kann auch nichts über den Verlauf des Temperaturprofils gesagt werden. Das gemessene Elektronentemperaturprofil läßt sich auch schlecht durch die Tanh-Funktion beschreiben. Bei der Stoßbreite gibt es deutliche Abweichungen. Die Theorie sagt eine Breite $\Delta_{th} = 0,71$ cm voraus. Gemessen wurde $\Delta_g = 1,2$ cm, also eine Verbreiterung der Front. Da $\Delta \sim \sigma$, weist auch dieses Ergebnis auf eine anomale Leitfähigkeit hin. Bei Berücksichtigung eines Elektronenträgheitsterms beschreibt die Theorie von Grad und Hu auch Stoßwellen mit oszillatorischer Struktur /3/, /4/. Die gestrichelten Linien in Abb. 1 geben den Bereich an, in dem die Stoßwellen oszillatorisch werden. Die Grenze des Bereiches ist abhängig von der Stoßstärke ξ ; damit Oszillationen auftreten, muß eine gewisse Mindeststoßstärke er-

reicht werden. Die Stoßstärke im untersuchten Fall ist wahrscheinlich wesentlich größer als in der Theorie zugelassen, daher ist die Anwendung in diesem Fall nur mit Vorbehalt möglich. Die Theorie sagt eine oszillatorische Struktur voraus, gemessen wurde aber ein monotones Profil. Unter dem obigen Vorbehalt weist das auf eine Dämpfung der Oszillationen durch die erhöhte effektive Stoßfrequenz hin. Damit erhält man also einen weiteren Hinweis auf das Auftreten einer Anomalie.

III.2.2.2 Resistivität und Stoßfrequenz

Zur Auswertung der Profile wurde wieder, wie im Abschnitt III.1.2.1, der Energiesatz herangezogen

$$\frac{dT_e}{dx} = \frac{2}{3} \frac{T_e}{n} \frac{dn}{dx} + \frac{2,62 \cdot 10^9}{n_1 v_s} \frac{1}{\sigma} \left(\frac{dB}{dx} \right)^2$$

Zunächst kann mit dieser Gleichung geprüft werden, ob eine Anomalie vorliegt. Faßt man sie als Differenzengleichung auf und setzt die Anfangs- und Endwerte bzw. deren Mittelwerte ein und setzt für die Leitfähigkeit den Spitzer'schen Wert $/10/$

$$\sigma_{sp} = 9,71 \cdot 10^{-8} \frac{T_e^{3/2}}{\ln \Lambda}$$

($\ln \Lambda$ ist der Coulomblogarithmus, T_e wird in eV gemessen, man erhält σ in E M U, durch Multiplikation mit c^2 in ESU) ein, so erhält man eine Gleichung für die Endtemperatur T_{e2} . Man erhält $T_{e2} = 8,6$ eV. Setzt man die lokal gemessenen Werte für Elektronendichte und Magnetfeld ein, kann man die Gleichung schrittweise integrieren und erhält als Endtemperatur $T_{e2} = 10,9$ eV. Die Abbildung zeigt den Vergleich der so berechneten Werte.

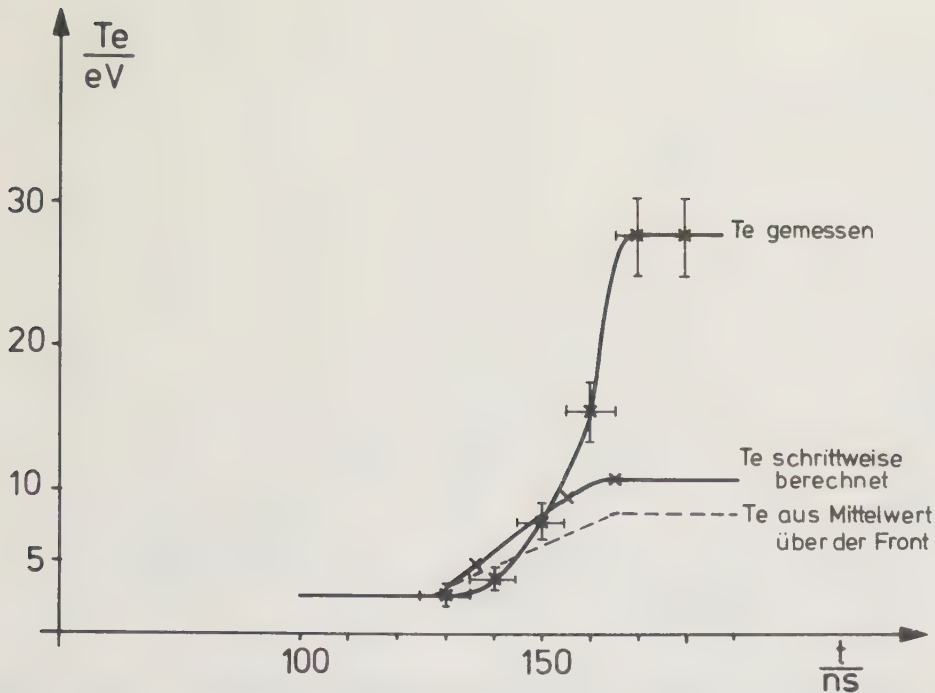


Abb. 16 Elektronentemperatur mit der Leitfähigkeit nach Spitzer /12/ berechnet und gemessene Elektronentemperatur

Da die Abweichungen ca. 200% betragen, reicht die binäre Leitfähigkeit zur Beschreibung des Vorganges nicht aus. Es liegt also eine Anomalie vor.

Setzt man dagegen auch die lokal gemessene Elektronentemperatur ein, erhält man eine Gleichung zur Bestimmung der Leitfähigkeit. Zunächst wurden wieder nur die Anfangs- und Endwerte bzw. deren Mittelwerte eingesetzt. Damit ergab sich eine mittlere effektive Leitfähigkeit $\overline{\sigma}_{\text{eff}} = 2,67 \cdot 10^{-8}$ EMU. Mit den gleichen Werten ergibt sich nach Spitzer /10/ $\overline{\sigma}_{\text{Sp}} = 4,85 \cdot 10^{-7}$ EMU. Da die Leitfähigkeit der Stoßfrequenz umgekehrt proportional ist, erhält man daraus

$$\frac{\overline{\sigma}_{\text{Sp}}}{\overline{\sigma}_{\text{eff}}} = \frac{\overline{\nu}_{\text{eff}}}{\overline{\nu}_{\text{Sp}}} = 18,2.$$

Die effektive Stoßfrequenz ist im Mittel also rund auf das zwanzigfache gewachsen.

Führt man die gleiche Rechnung mit den lokal gemessenen Werten durch, so ergibt sich ein wesentlich anderes Bild, siehe Abbildung 17.

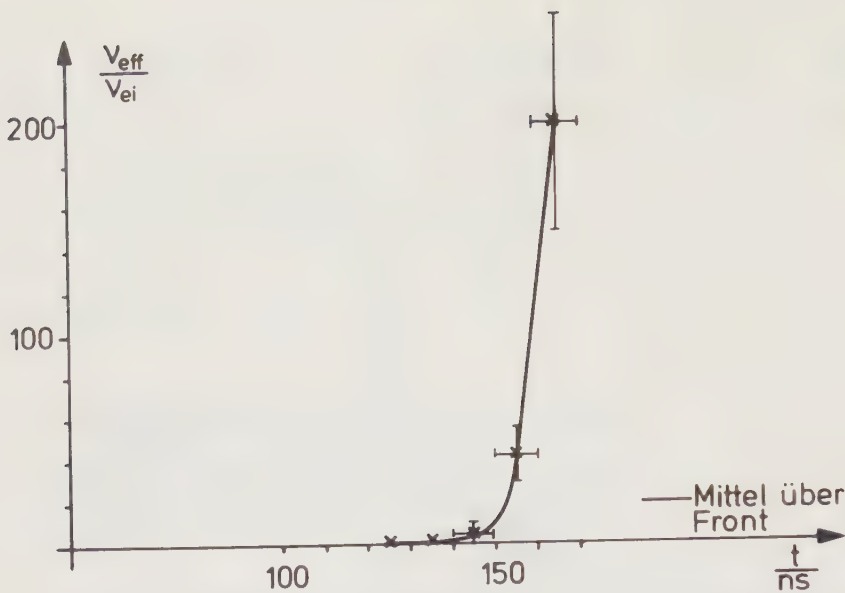


Abb. 17 Verhältnis der effektiven Stoßfrequenz (berechnet aus der Leitfähigkeit) und der Stoßfrequenz nach Spitzer /12/

Bedingt durch die Steilheit des Temperaturprofils wächst der lokale Wert von $\frac{v_{eff}}{v_{sp}}$ auf rund 200. Das ist eine Größenordnung mehr als man über v_{sp} die Mittelbildung erhält. Bei der Diskussion der früheren Ergebnisse (z.B. in /1/), bei denen nur Mittelwerte verwendet werden konnten, da die lokale Messung nicht möglich war, muß dieses Resultat berücksichtigt werden.

III.2.2.3 Instabilitätsbedingungen

Das Auftreten einer Anomalie der Leitfähigkeit, also einer erhöhten effektiven Stoßfrequenz, wird durch die Entwicklung von Instabilitäten, die zu Turbulenzen führen, erklärt. In der Theorie werden verschiedene Instabilitäten diskutiert /11/, /12/, /13/, /14/, /15/. Wesentlich für das Auftreten und die Anwachsrate der Instabilitäten sind die Größen $\frac{v_D}{c_s}$ bzw. $\frac{v_D}{v_{eth}}$ sowie $\frac{T_e}{T_i}$.

In den Abbildungen sind die Werte dieser Größen aufgezeichnet.

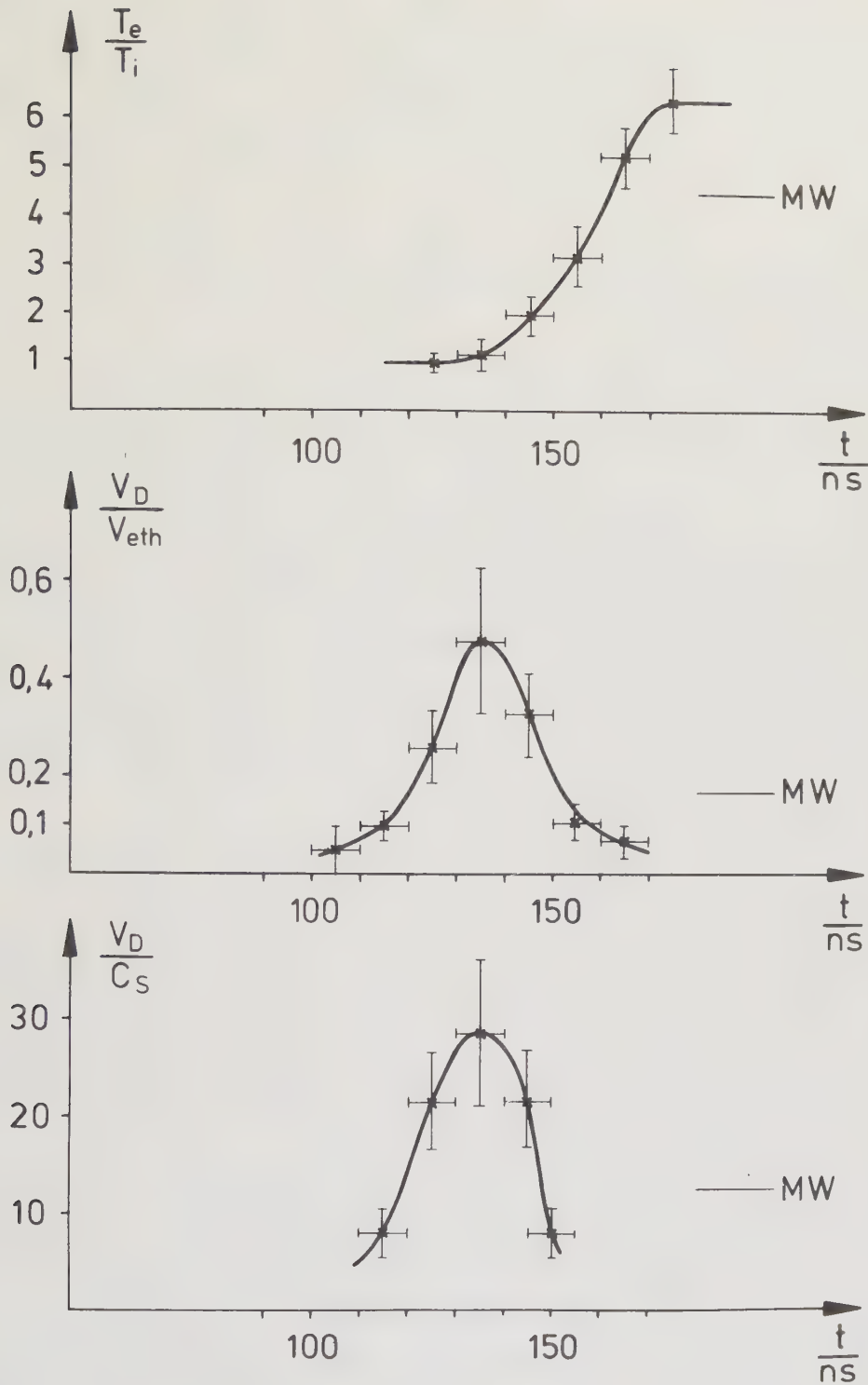


Abb. 18 Verhältnis der Elektronen- zur Ionentemperatur und der Driftgeschwindigkeit der Elektronen zu ihrer thermischen und zur Schallgeschwindigkeit mit den Mittelwerten über die Front (Fall II)

Aus den Erhaltungssätzen folgt eine obere Schranke für T_{i2} . Wie in Abschnitt III.2.1 gezeigt wurde, erhält man $\frac{T_{e2} + T_{i2}}{T_1} \approx 13$. Da $T_{e2} = 28$ und $T_1 = 2,5$, so folgt $T_{i2} = 4,5$. Daraus sieht man, daß zur Berechnung der Ionentemperatur allein die adiabate Kompression ausreicht. Es wurde mit dem Adiabatenexponenten $\gamma = 2$ gerechnet, da die Ion-Ion-Stoßzeit groß gegen die Zeit ist, in der die Ionen die Front durchlaufen. Damit erhält man $T_{i2} = 4,3$.

Nach Stringer /15/ (vgl. Abschnitt I.3) liegt man damit immer gerade am Rand des Bereiches, in dem die Ionenschallinstabilität auftritt. Durch Berücksichtigung der Meßfehler kommt man auch ins Innere dieses Bereiches. Da das Magnetfeldprofil gegen das Dichteprofil verschmiert aussieht (wegen des Einflusses der Sonde) ist der tatsächliche Magnetfeldgradient wahrscheinlich steiler als der gemessene. Die gemessene Driftgeschwindigkeit ist also etwas zu klein. Es ist also möglich, daß die Ionenschallinstabilität in der Front anwächst. Berücksichtigt man wieder nur die Mittelwerte von $\frac{T_e}{T_i}$ sowie von $\frac{v_D}{v_{eth}}$, so scheint man näher am Gebiet der Instabi-

lilität zu liegen. Auch hier zeigt sich, daß die Rechnung mit den Mittelwerten allein irreführend sein kann.

Über die Startphase der Instabilität läßt sich aus Gründen der Meßgenauigkeit wenig aussagen. Das Maximum der Driftgeschwindigkeit der Elektronen liegt vor dem Maximum von T_e . Der tatsächliche Gradient des B-Feldes könnte größer sein als der gemessene, wegen des Einflusses der Sonde.

Es wäre möglich, daß vorher noch andere Instabilitäten auftreten, die die Elektronentemperatur soweit erhöhen, daß die Instabilitätsbedingungen für die Ionenschallinstabilität erfüllt sind, und diese dann anwachsen kann. Das wäre die Elektronenzyklotrondriftinstabilität, deren Auftreten allerdings überhaupt zweifelhaft ist, oder die modifizierte Zweistrominstabilität. Nach der Rechnung von Lashmore-Davies und Martin /14/ ist die maximale Anwachsrate groß genug. Das Problem der Anwachsphase der Instabilität läßt sich mit den vorhandenen Messungen nicht klären.

III.2.2.4 Vergleich mit der Theorie für Ionenschallturbulenz

Schon früher (siehe z.B. /1/) wurden Vergleiche mit der Theorie von Sagdeev /11/, /12/ für Ionenschallturbulenz durchgeführt. Sagdeev erhält eine effektive Stoßfrequenz $\nu^* = 10^{-2} \frac{T_e}{T_i} \frac{v_D}{c_s} \omega_{pi}$.

Wie bereits erwähnt wurde, konnten bei diesen früheren Messungen nur die Anfangs- und Endwerte bestimmt werden, so daß man in die Formel Mittelwerte einsetzen mußte und damit eine mittlere effektive Stoßfrequenz erhielt. Diese wurde dann mit der ebenfalls aus den Mittelwerten berechneten gemessenen Stoßfrequenz verglichen. Dabei hatte sich gute Übereinstimmung bezüglich der funktionalen Abhängigkeit ergeben. Die numerischen Werte von ν^* waren allerdings eine Größenordnung zu groß. Dieselbe Rechnung wurde auch im Fall II durchgeführt. Dabei ergab sich $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}} = 5,6$. Das stimmt größenordnungsmäßig mit den früheren Ergebnissen überein. Ein wesentlich anderes Bild ergibt sich jedoch, wenn man die Messung der lokalen Werte heranzieht. In der Abbildung ist $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}}$ lokal aufgelöst aufgetragen. Man sieht, daß zunächst ν_{eff} die gemessene effektive Stoßfrequenz wesentlich kleiner ist als ν^* . Hier ist auch ν_{eff} noch nicht wesentlich verschieden von ν_{ei} (vgl. Abb. 17). Erst wenn die Elektronentemperatur steil anzusteigen beginnt (in Abb. 15 zur Zeit 140 bis 150 ns) dann beginnt auch ν_{eff} anzusteigen (nach 150 ns, Abb. 17). Gerade dann scheint aber $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}}$ ungefähr seinen endgültigen Wert von ca. 0,6 erreicht zu haben. Aus der Abb. 19 gewinnt man den Eindruck, daß sich $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}}$ nicht mehr stark ändert, als ob es einem Grenzwert zustrebt. Weitere Punkte liegen nicht vor, da hier das Ende der Stoßfront erreicht ist (vgl. Abb. 15). Man kann also nicht mit Sicherheit sagen, ob $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}}$ sich nicht doch noch ändern würde, wenn die Front länger wäre. Der weitere Verlauf von $\frac{\nu_{eff}}{\nu_{ei}}$ in Abb. 17 ist auch nicht bekannt, da die Front zu Ende ist. Immerhin wächst $\frac{\nu_{eff}}{\nu_{ei}}$ gegen das Ende zu noch stark an. Die Elektronentemperatur hat hier auch ihren stärksten Anstieg (vgl. Abb. 15). Obwohl diese Größen sich stark ändern, kompensieren sie sich gerade, so daß $\frac{\nu^*}{\nu_{eff}}$ ungefähr konstant wird. Abgesehen von dem Vorbehalt, daß der weitere Verlauf nicht bekannt ist, scheint es

also, als ob γ_{eff} ungefähr gegen γ^* strebt.

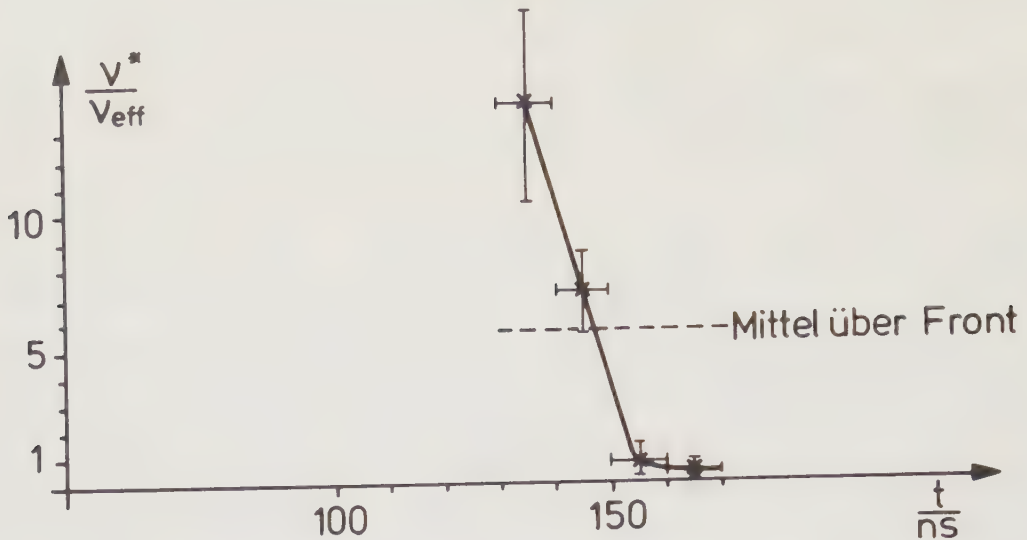


Abb. 19 Verhältnis der von Sagdeev /15/ angegebenen effektiven Stoßfrequenz für Ionenschallturbulenz $\gamma^* = 10^{-2} \frac{T_e}{T_i} \frac{v_D}{c_s} \omega_{pi}$ zur gemessenen effektiven Stoßfrequenz

Die Übereinstimmung wird also wesentlich besser als nur aufgrund der Rechnung mit den Mittelwerten zu erwarten ist. Es ist auch zu erwarten, daß die effektive Stoßfrequenz nicht von Anfang an mit der von Sagdeev übereinstimmt; genauso wenig erwartet man von Anfang an eine Abweichung der effektiven Stoßfrequenz von der binären. Zunächst muß ja Energie von den Elektronen für die Instabilität geliefert werden, bevor sich Turbulenz bemerkbar macht. Erst wenn die effektive Stoßfrequenz von der binären abweicht, kann man Übereinstimmung mit der von Sagdeev erwarten. Wenn man die Abbildungen 17 und 19 vergleicht, sieht man, daß genau das der Fall ist. $\frac{\gamma_{\text{eff}}}{\gamma_{\text{ei}}}$ steigt zwischen den Zeiten 150 und 170 ns steil an, und γ_{eff} genau dort strebt gegen γ^* .

Sagdeev war von dem Ansatz ausgegangen, daß nichtlineare Landau-Dämpfung zur Sättigung der Instabilität führt. Es zeigte sich jedoch, daß dieser Ansatz physikalisch nicht gerechtfertigt ist. Es wurden dann später von ihm und anderen /21/ Rechnungen

für den Fall der linearen Landau-Dämpfung durch den hochenergetischen Anteil der Ionen durchgeführt. Wie die numerische Rechnung für diesen Fall zeigt /22/, stimmen die numerischen Ergebnisse bezüglich der effektiven Stoßfrequenz für den in /22/ berechneten Fall recht gut überein. Es ergibt sich in /22/ $\gamma_{\text{eff}} \approx 5,2 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$, während sich aus der Sagdeev'schen Formel $\gamma^* \approx 8,2 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ ergibt. Nach /22/ ist allerdings die Phase der Sättigung nicht stationär, man kann es nur in grober Näherung annehmen. Außerdem wird in /22/ die Driftgeschwindigkeit konstant vorausgesetzt, was im vorliegenden Fall auch nur eine Näherung ist. Schließlich soll noch die Anwachsrate für die Ionenschallinstabilität abgeschätzt werden. Nach /12/ gilt $\gamma < \omega_{\text{pi}} \frac{v_D}{v_{\text{eth}}}$. Berücksichtigt man auch noch, daß $\frac{v_D}{c_s} \rightarrow \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/4}$ im Grenzfall /22/ (bei den gemessenen Werten von $\frac{v_D}{c_s}$ ist zwar nicht abzusehen, ob sie einem Grenzwert zustreben, weil die Gradienten am Ende der Front immer kleiner werden, vielleicht auch, weil die Front zu kurz ist, die letzten zuverlässigen Werte stimmen aber etwa mit $\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/4}$ überein), so ergibt sich $\gamma < 10^9 \text{ s}^{-1}$. Diese Anwachsrate ist groß genug, um den Anstieg der effektiven Stoßfrequenz zu erklären.

III.2.3 Diskussion der Ergebnisse

Der Vergleich mit der Theorie von Grad und Hu ist hier auch wieder nur mit Einschränkungen möglich. Die Temperaturerhöhung ist noch bedeutender als im Fall I. Außerdem wird die effektive Stoßfrequenz wesentlich größer als die binäre. Da aber die effektive Stoßfrequenz, und damit auch die Temperatur, erst im letzten Teil der Front stark ansteigt, so liefert diese Theorie immer noch eine Abschätzung der Stoßfrontbreite, die nicht stark von der gemessenen abweicht. Daß die Theorie für den Fall II eine oszillatorische Struktur voraussagt, muß auch unter dem Vorbehalt gesehen werden, daß sie nur für binäre Wechselwirkung gilt. Die Tatsache, daß bei der Messung derartige Oszillatoren nicht gefunden wurden, ist also ein erster Hinweis auf eine anomal erhöhte effektive Stoßfrequenz. Man kann den Einfluß der Stoßfrequenz auf die Dämpfung der Oszillationen nach /13/ durch den Parameter $\alpha = \frac{\gamma_{\text{eff}}}{M_A \sqrt{\omega_{ce} \omega_{ci}}}$ beschreiben. Bei binärer Wechselwirkung wäre im untersuchten Fall $\alpha \ll 1$

und damit wäre das Profil oszillatorisch. Setzt man allerdings auch nur den Mittelwert der gemessenen effektiven Stoßfrequenz ein, so wird schon $\alpha > 1$ und dann erwartet man ein monotones Profil. In den uns durch die Apparatur zugänglichen Bereichen der Plasmaparameter erwartet man, daß in den Fällen, in denen ein oszillatorisches Profil auftreten sollte, auch fast immer eine erhöhte effektive Stoßfrequenz auftritt, die die Entstehung der Oszillationen verhindert.

Die Aufheizung in der Stoßfront wird unter den vorliegenden Bedingungen im wesentlichen durch Ohm'sche Heizung bewirkt. Sowohl wenn man eine mittlere Resistivität annimmt als auch wenn man deren Werte lokal berechnet, ist die Aufheizung aufgrund der binären Wechselwirkung wesentlich kleiner als die gemessene Aufheizung.

Werden mit Hilfe des Energiesatzes die mittlere effektive sowie die lokale Leitfähigkeit berechnet, so zeigt sich, daß deren Werte wesentlich kleiner sind als die von Spitzer /10/. Da man annimmt, daß die Leitfähigkeit $\sigma \sim \frac{1}{\nu_{ei}}$, erhält man aus dem Verhältnis
$$\frac{\sigma_{Sp}}{\sigma_{eff}} = \frac{\nu_{eff}}{\nu_{ei}}$$

das Verhältnis von der effektiven zur klassischen Stoßfrequenz. Beim Vergleich der beiden Methoden (gemittelt und lokal) zeigt sich, daß die Rechnung mit Mittelwerten eine ungenaue Methode ist.

Weicht schon bei der Rechnung mit den Mittelwerten die effektive Stoßfrequenz um eine Größenordnung von der klassischen ab, so beträgt die Abweichung lokal bis zu zwei Größenordnungen. Um die Abweichungen zu erklären, muß man untersuchen, welche Instabilität überhaupt anwachsen und sich schnell genug entwickeln kann, da man das Auftreten einer erhöhten effektiven Stoßfrequenz durch Turbulenz infolge der Sättigung einer Instabilität erklärt.

Die beste Erklärung scheint das Auftreten der Ionenschallgeschwindigkeit zu sein. Obwohl aufgrund der lokalen Messungen fraglich ist, ob die Instabilitätsbedingungen erfüllt sind, gibt es hier noch einen weiteren Grund, diese Instabilität als Erklärung heranzuziehen. Es gibt eine Abschätzung von

Sagdeev /11/, /12/ über die effektive Stoßfrequenz bei Ionenschallturbulenz. Bei den früheren Messungen, bei denen nur Mittelwerte bestimmt werden konnten, wurde bezüglich der numerischen Werte schlechte Übereinstimmung erzielt. Mit den lokal gemessenen Werten läßt sich allerdings eine wesentlich bessere Übereinstimmung erzielen. Die effektive Stoßfrequenz nähert sich dem Sagdeev'schen Wert recht gut an.

Bei den neueren Rechnungen /21/, /22/, bei denen lineare Landau-Dämpfung durch den hochenergetischen Anteil der Ionen als Sättigungsmechanismus angenommen wird, ergibt sich ein Grenzwert für die effektive Stoßfrequenz, der dem von Sagdeev recht nahe kommt. Diese Übereinstimmung bezieht sich aber nur auf die numerischen Werte im gerechneten Fall /22/, über die funktionale Abhängigkeit kann man nichts sagen.

Man kann das so interpretieren, daß in der Front zuerst die Instabilität anwächst und dadurch die Entstehung von Mikroturbulenz ermöglicht wird. Das führt zu einer Erhöhung der effektiven Stoßfrequenz und durch die Verringerung der Leitfähigkeit zu einem anomalen Anstieg der Temperatur.

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wurden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen der Struktur von resistiven MHD-Stoßwellen beschrieben. Die Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit, die in solchen Stoßwellen auftreten kann, ist ein Effekt, der zu neuen Einsichten in die Wechselwirkungsmechanismen im Plasma geführt hat, und der auch wegen der damit verbundenen sehr wirksamen Aufheizung des Plasmas von Interesse ist. Bei den früheren Untersuchungen (vgl. /1/) konnten allerdings lediglich Mittelwerte der Leitfähigkeit über die Stoßfront bestimmt werden, die immerhin um bis zu drei Größenordnungen unter der binären Leitfähigkeit lagen. Beim Vergleich mit Theorien, die die Anomalie erklären sollten, ergaben sich allerdings auch Diskrepanzen in den numerischen Werten. Das führte dazu, daß von uns lokale Messungen in der Stoßfront durchgeführt wurden.

An einer modifizierten Thetapinchapparatur wurden an Stoßwellen in Deuterium-Plasma senkrecht zum Magnetfeld mit Hilfe von Sonden und der Streuung von Laserlicht Messungen des Magnetfeldes und der Dichte und Temperatur der Elektronen durchgeführt. Dadurch, daß es zum erstenmal möglich war, in einem solchen Fall der anomalen Leitfähigkeit neben dem Magnetfeld auch die Elektronendichte und die Elektronentemperatur lokal zu messen, konnte auch die lokale Leitfähigkeit bestimmt werden. Dabei ergaben sich bedeutende Abweichungen (bis zu einer Größenordnung) von dem Mittelwert über die Front. Damit sind die Ergebnisse von vielen früheren Untersuchungen in Frage gestellt.

Eine oszillatorische Struktur der Front, die bei binärer Wechselwirkung erwartet würde, wurde nicht beobachtet. Die Oszillationen mit der unteren Hybridfrequenz sind durch die erhöhte effektive Stoßfrequenz aperiodisch gedämpft.

Man erklärt das Auftreten der Anomalie durch die Erzeugung von Instabilitäten, die zu Mikroturbulenz führen. Über die Anwachsphase dieser Instabilitäten ließ sich auch aufgrund der vorliegenden Messungen wenig aussagen. Es erscheint wenig aussichtsreich, auf diesem Weg zu mehr Erkenntnissen über die Startphase

der Instabilitäten zu kommen. Die Ergebnisse legen nahe, daß die Bedingungen für den Einsatz der Ionenschallinstabilität erfüllt waren, die Meßgenauigkeit ließ sich aber mit den vorhandenen Mitteln und Methoden nicht mehr steigern, so daß nicht mehr ausgesagt werden kann.

Sagdeev hatte einen Ausdruck für die effektive Stoßfrequenz für den Fall der Sättigung der Ionenschallinstabilität durch nichtlineare Landau-Dämpfung angegeben /11/,/12/. Inzwischen hat sich gezeigt, daß es korrekter ist, von linearer Landau-Dämpfung durch den hochenergetischen Anteil der Ionen auszugehen. Die effektive Stoßfrequenz, die für diesen Fall numerisch berechnet wurde /22/, stimmt ungefähr mit dem Wert von Sagdeev überein. Bei den früheren Messungen hatten sich Abweichungen um eine Größenordnung von dem Sagdeev'schen Wert ergeben /1/. Bei den lokalen Messungen wurde wesentlich bessere Übereinstimmung erzielt. Das legt die Vermutung nahe, daß die früheren Diskrepanzen nur durch die Ungenauigkeit der Mittelung zustande kamen.

Herrn Prof. Schlüter danke ich für sein förderndes Interesse und die kritische Durchsicht dieser Arbeit.

Herrn Dr. Hintz danke ich dafür, daß er die Arbeit ermöglicht hat und wertvolle Hinweise für deren Durchführung gab.

Herrn Dr. Dippel bin ich für seine stete Hilfsbereitschaft und für viele nützliche Diskussionen zu besonderem Dank verpflichtet.

Herrn Noczynski möchte ich für seine unentbehrliche Hilfe bei der Durchführung der Experimente danken.

Herrn Brandt danke ich für nützliche Diskussionen und für die Konstruktion der elektrischen Sonde.

Frau Belitz und Fräulein Tschakert haben mir bei der Auswertung der Messungen und Frau Biermann, Frau Klinkmann und Herr Cosler bei der Anfertigung der Abbildungen geholfen; Frau Breuer hat das Manuskript geschrieben.

Allen diesen sowie den nichtgenannten Mitarbeitern des Instituts, die mir durch ihre Hilfe die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht haben, möchte ich dafür danken.

L I T E R A T U R E

- / 1/ BOGEN, P., DIETZ, K.J., DIPPEL, K.H., HÖTHKEP, K.,
SIFMOEN, P., ZEYER, G.
Shock Waves and Turbulent Heating in Low Density Plasmas,
Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion
Research, IAEA, CN-28/J-11, Madison 1971
- / 2/ HU, P.N.
Structure of a Perpendicular Shock Wave in a Plasma
Phys. of Fluids, Vol. 9, No. 1, p. 89, Jan. 1966
- / 3/ GRAD, H. and HU, P.N.
Unified Shock Profile in a Plasma
Phys. of Fluids, Vol. 10, No. 12, p. 2596, Dec. 1967
- / 4/ GRAD, H.
Laminar Theory of Perpendicular Shocks, Collision-Free-
Shocks in the Laboratory and in Space
Proc. Study Group, Frascati, Italy, 1969, ESRO SP-51, p. 47
- / 5/ HU, P.N.
Collisional Theory of Shock and Nonlinear Waves in a
Plasma
Phys. of Fluids, Vol. 15, No. 5, May 1972
- / 6/ JONPDAN, P.
Thickness of a Resistivity - Controlled Hydromagnetic
Shock Wave
Plasma Phys., Vol. 11, p. 57, 1969
- / 7/ MARSHALL, W.
The Structure of Magnetohydrodynamic Shock Waves
Proc. Roy. Soc. (London) A 233, p. 367, 1955
- / 8/ HINTZ, E.
Collisionless Shock Waves in Laboratory Plasmas,
Methods of Experimental Plasma Physics, Vol. 9A, 1970
Academic Press, New York
- / 9/ WOODS, L.C.
Critical Alfvén-Mach-Numbers for Transverse Field MHD
Shocks CLM-P 153, Culham, 1967

- /10/ SPITZER, L.
Physics of Fully Ionized Gases
Interscience Publishers, New York 1965

- /11/ SAGDEEV, R.Z.
In: Applied Mathematics, Proc. Symp., New York, 1965,
18, (1967), p. 281

- /12/ SAGDEEV, R.Z.
Anomalous resistivity of Plasma Advances in Plasma
Physics Vol. 5, Wiley & Sons, New York 1974

- /13/ BISKAMP, D.
Collisionless Shock Waves in Plasmas
Nuclear Fusion 13 (1973), p. 719

- /14/ LASHMORE-DAVIES, C.N., MARTIN, T.J.
Electrostatic Instabilities Driven by an Electric
Current Perpendicular to a Magnetic Field
Nuclear Fusion 13 (1973), p. 193

- /15/ STRINGER, T.E.
Electrostatic Instabilities in Current-Carrying and
Counterstreaming Plasmas,
Plasma Physics (Journal of Nuclear Energy Part C),
1964, Vol. 6, p. 267

- /16/ ESELVICH, V.G., ES'KOV, A.G., KURTMULLAEV, R.KH., and
MALYUTIN, A.I.
Fine Structure of Shock Waves in a Plasma and the
Mechanism of the Saturation of Ion-Acoustic Turbulence,
Soviet Physics JETP, Vol. 33, No. 5, Nov. 1971

- /17/ KRALL, N.A., LIEWER, P.C.
Ion Wave Instabilities for Arbitrary T_e/T_i
Technical Report 71-106, University of Maryland

- /18/ KUNZE, H.J.
The Laser as a Tool for Plasma Diagnostics

LOCHTE-HOLTGREVEN, W., editor
Plasma Diagnostics, North-Holland, Publ. Co. Amsterdam 1968

- /19/ PAUL, J.W.M.
Review of Experimental Studies of Collisionless Shocks
Propagating Perpendicular to a Magnetic Field
ESRO SP-51, December 1969

- /20/ SAGDEEV, R.Z.
Cooperative phenomena and shock waves in collisionless
plasma in:
Review of Plasma Physics

editor by LEONTOVITCH, M.A.
Vol. 4, p. 23, New York 1966
- /21/ VEKSHTEIN, G.E. RYUTOV, D.D., and SAGDEEV, R.Z.
Asymptotic Solution of the Problem of the Anomalous
Resistance of a Collisionless Plasma
Soviet Physics JETP, Vol. 33, No. 6, p. 1152, Dec. 1971
- /22/ BISKAMP, D., CHODURA, R., DUM, C.T.
Anomalous Resistance and Stabilisation of Ion Sound
Instability
VI European Conference on Controlled Fusion and Plasma
Physics, Vol. I, Contributed Papers, p. 461, Moscow 1973

A N H A N GDer Hauptstromkreis der Thetapinch-Entladung

Um einen Stromimpuls der gewünschten Form, d.h. ein gewünschtes Profil des treibenden Feldes, der Hauptentladung zu erhalten, muß man sich mit dem Schaltkreis der Hauptentladung beschäftigen, damit man die Parameter richtig dimensionieren kann. Zur Berechnung verwendet man einen vereinfachten Kreis, der aus einem Kondensator, einem Widerstand und einer Spule besteht. Die Kapazitäten und Induktivitäten der Leitungen werden vernachlässigt. In einem solchen Kreis gilt die Regel: die Summe der Spannungen ist gleich Null.

$$L\dot{J} + RJ + U = 0$$

U ist die Spannung über dem Kondensator, d.h. $U = \frac{Q}{C}$ (Q ist die Ladung). Durch Differenzieren erhält man daraus die Gleichung

$$L\ddot{J} + R\dot{J} + \frac{J}{C} = 0$$

Mit dem Ansatz $J = J_0 \cdot e^{i\omega t}$ erhält man eine Gleichung für und es ergibt sich: $\omega_{1,2} = i \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$

Die vollständige Lösung entsteht durch Superposition $J = J_1 e^{i\omega_1 t} + J_2 e^{i\omega_2 t}$. Aus den Anfangsbedingungen $J(0) = 0$ und $U(0) = U_0$ (die Anfangsspannung am Kondensator) folgt

$$J = \frac{U_0}{i L(\omega_2 - \omega_1)} (e^{i\omega_1 t} - e^{i\omega_2 t})$$

Es sind nun zwei Fälle möglich

$$1. \quad \frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{CL}$$

Dann hat die Lösung die Form:

$$J = \frac{U_0}{L \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R}{2L} t} \sin \left(\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} t \right)$$

Das ist eine gedämpfte Schwingung. Bei früheren Messungen

wurde die Hauptbatterie auf diese Weise betrieben. Der Widerstand ist klein, er besteht nur aus den Leitungs- und Schalterwiderständen. Dann gilt sogar $\frac{R^2}{4L^2} \ll \frac{1}{CL}$, wenn man für C die Kapazität der Kondensatorbatterie und für L die Induktivität der Entladungsspule einsetzt:

$$\begin{aligned} C &\approx 5 \cdot 10^{-6} & \text{F} \\ L &\approx 7 \cdot 10^{-8} & \text{H} \end{aligned}$$

Aus dem gemessenen Stromverlauf läßt sich über die Dämpfung der Widerstand bestimmen. $R \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$. Für die Periode ergibt sich $T \approx 2\pi\sqrt{CL} = 3,72 \cdot 10^{-6}$. Gemessen wurde $T_g = 3,6 \cdot 10^{-6}$.

Aus dem maximalen Strom kann man das maximale Feld berechnen.

$$B_{\max} \approx 6,47 \text{ kG. Gemessen wurde } B_g = 5,5 \text{ kG.}$$

Der Fehler kommt hier von den oben erwähnten Vernachlässigungen. Wenn sich allerdings Plasma im Entladungsgefäß befindet, dann ist die Induktivität nicht mehr konstant, sondern hängt vom Durchmesser der Plasmasäule ab. Man kann die Anwachsrate des Magnetfeldes im Vakuum aus den Daten des Kreises berechnen. $\frac{B_{\max}}{t} = 4,4 \cdot 10^9 \text{ G s}^{-1}$. Gemessen wurde $\frac{B_{\max}}{t} = 6,9 \cdot 10^9 \text{ G s}^{-1}$. Die Anwachsrate ist abhängig von der Periode des Kreises und von der Anfangsspannung am Kondensator. Wenn man nun schwächere Stoßwellen erzeugen will, so wird man zunächst die Spannung am Kondensator verringern. Dadurch verringert sich aber auch die Anwachsrate. Man braucht aber eine genügend große Anwachsrate, damit das Feld das Plasma auch wirklich komprimiert und nicht nur eindiffundiert. Um diesem Dilemma zu entgehen, muß man die Parameter des Stromkreises ändern. In unserem Fall wurde ein Elektrolytwiderstand eingefügt. Um den Entladungsvorgang in diesem Fall zu verstehen, muß man den zweiten Fall der Lösung der Differentialgleichung betrachten.

$$2. \quad \frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{CL} \quad \text{Daraus folgt}$$

$$J = \frac{U_0}{1\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sinh\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}t\right)$$

Wenn sich die übrigen Parameter nicht ändern $C \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$
 $L \approx 7 \cdot 10^{-8} \text{ H}$

ist es notwendig, daß $R > 0,24$ damit dieser Fall eintritt. Die Anwachsrate ist hier komplizierter zu berechnen. Man erhält für die Zeit des Strommaximums einen komplizierten Ausdruck (während man im periodischen Fall nur ein Viertel der Periode berechnen mußte)

$$t_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}} \ln \left(\frac{\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}}{\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}} \right)$$

Falls $\frac{R^2}{4L^2} \gg \frac{1}{CL}$ läßt sich die Formel vereinfachen

$$t_{\max} \approx \frac{L}{R} \cdot \ln \frac{R^2}{L^2} \cdot CL$$

für $J_{\max}$ ergibt sich dann $J_{\max} \approx \frac{U_0}{R}$.

Diese Näherungsformeln kann man auf den untersuchten Fall anwenden. Der Widerstand betrug hier $R = 0,73$.

Daraus folgt $B_{\max} \approx 1,15 \text{ kG}$

und $\frac{B_{\max}}{t_{\max}} = 3,3 \cdot 10^9 \text{ G s}^{-1}$.

Gemessen wurde $B_{\max} = 1,155 \text{ kG}$

und $\frac{B_{\max}}{t_{\max}} = 3,1 \cdot 10^9 \text{ G s}^{-1}$.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß man durch die stark vereinfachte Darstellung des Stromkreises doch recht gute Ergebnisse bekommt, es lassen sich mit hinreichender Genauigkeit Voraussagen über den Stromverlauf machen. Außerdem gelang es durch das Einfügen des Widerstandes den Kreis so zu modifizieren, daß das maximale Feld auf ca. ein Viertel verringert werden konnte, während die Anwachsrate nur um ca. 25% sank.

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen

Zeichen	erstmaliges Auftreten auf S.	Bedeutung
A	16	Konstante
B	6	magnetische Induktion
D	6	elektrische Verschiebung
H	6	Magnetfeld
H	35	Wasserstoff
J	21	Intensität
J	57	Strom
L	8	skalierte Stoßbreite
L	9	Länge
L	21	Leistung
M	2	Machzahl
Q	11	Wärmestromdichte
R	40	Radius
T	7	Temperatur
T	58	Periode
U	8	magnetosonische Geschwindigkeit
U	21	Spannung
c	6	Lichtgeschwindigkeit
c	7	spezifische Wärme
c	8	Schallgeschwindigkeit
e	6	Elektronenladung
f	7	Anzahl der Freiheitsgrade
j	6	elektrische Stromdichte
k	7	Boltzmann-Konstante
k	21	Wellenzahl
m	12	Masse
n	6	Teilchendichte
p	7	Druck
r	22	Radius
t	6	Zeit
u	6	Strömungsgeschwindigkeit
u	6	Geschwindigkeit
x	6	Koordinatenrichtung

y	6	Koordinatenrichtung
z	6	"
Δ	8	Stoßbreite
Λ	41	Argument des Coulomblogarithmus
Ω	21	Raumwinkel
α^2	10	Verhältnis der Massen von Elektronen und Ionen
α	21	Streuparameter
α	32	Parameter für oszillatorische Profile
β	7	Verhältnis von kinetischem zu magnetischem Druck
γ	7	Adiabatenkoeffizient
r	16	Anwachsrate
ε	8	Stoßstärke
ε	21	Brechungsindex
η	7	Verdichtungsverhältnis
λ	21	Wellenlänge
ν	14	Stoßfrequenz
ρ	7	Massendichte
σ	11	Leitfähigkeit
σ	21	Wirkungsquerschnitt
τ	9	Stoßzeit
φ	21	Streuwinkel
ω	3	Kreisfrequenz

Indizes

A	2	Alfvén
B	26	Batterie
C	26	Spule
D	6	Drift
D	21	Debye
H	3	Hybrid
R	21	Rayleigh
Sp	30	Spitzer

T	21	Thomson
V	7	bei konstantem Volumen
c	3	Zyklotron
e	12	Elektron-
g	30	gemessen
i	3	Ion-
l	10	Elektron-Larmorradius
m	9	mittlere freie Weglänge
max	8	maximal
p	7	bei konstantem Druck
P	10	ungefähr die stoßfreie Eindringtiefe
P	10	Plasma
r	13	skalierte resistive Stoßbreite
res	13	resistiv
s	8	Schall
s	11	skalierte resistive Stoßbreite
s	29	Stoßwelle
th	15	thermisch
th	30	theoretisch
ß	35	Linienindex
O	22	klassischer Elektronenradius
O	22	Rubinlaser
1	6	vor der Front
1	11	x-Richtung im Koordinatensystem
2	6	hinter der Front
3	11	z-Richtung im Koordinatensystem
1/2	22	Halbwertsbreite

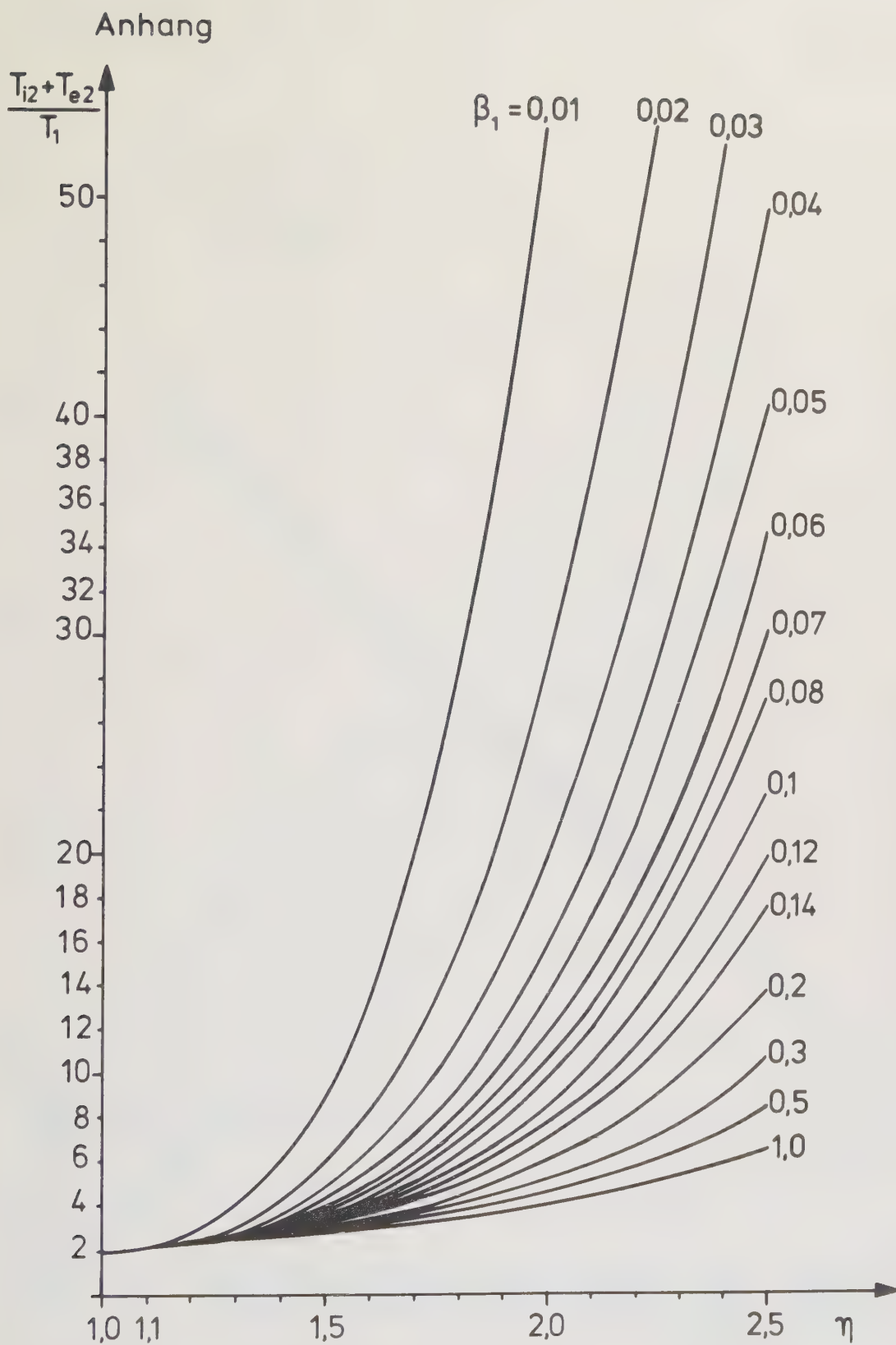


Fig.1

Temperaturverhältnis als Funktion der Verdichtung
mit β_1 als Parameter

Anhang

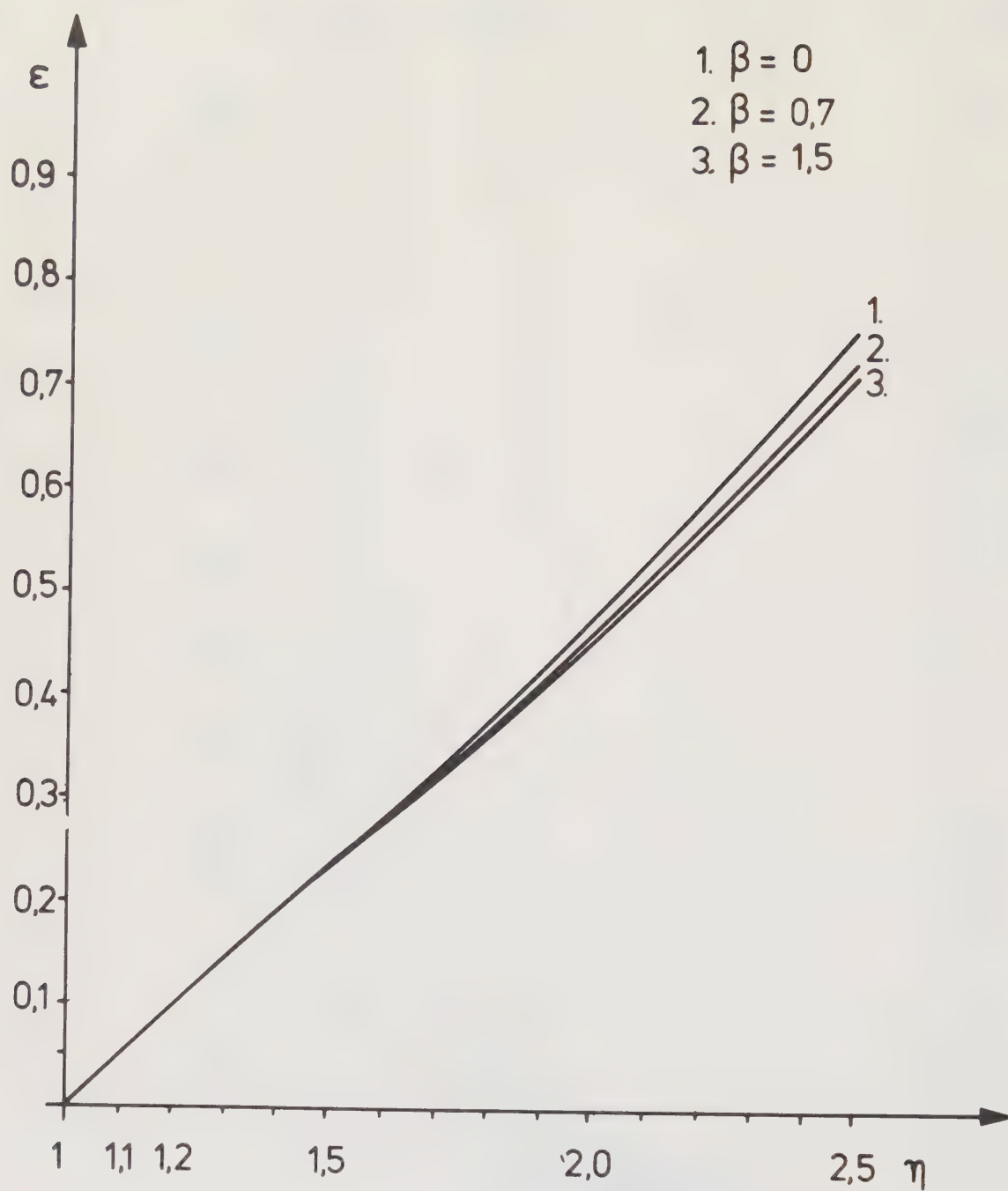


Fig. 2

Stoßstärke als Funktion der Verdichtung mit β_1 als Parameter

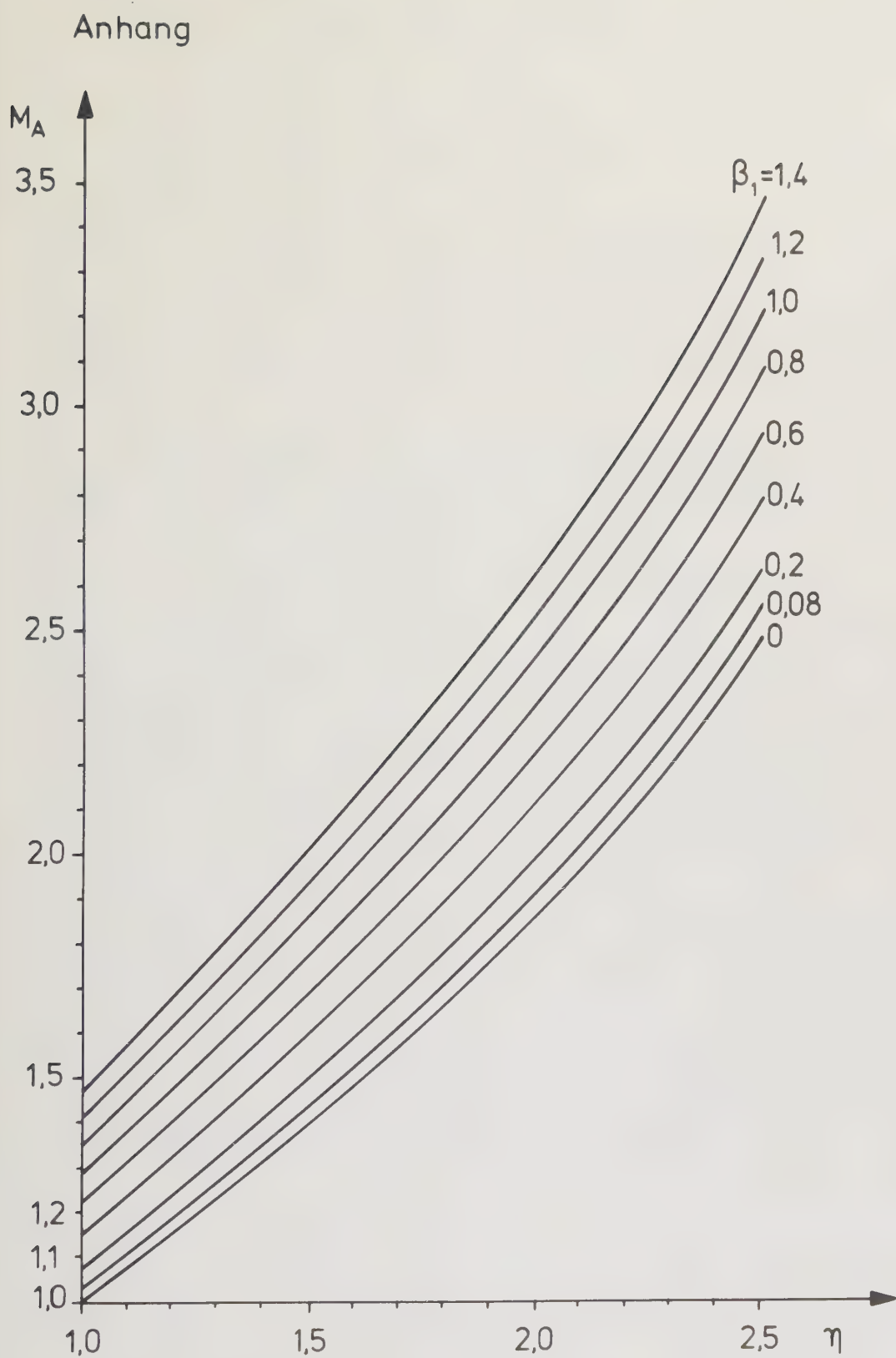


Fig.3

Alfvén-Machzahl als Funktion der Verdichtung
mit β_1 als Parameter

L E B E N S L A U F

Am 27.07.1945 wurde ich als Sohn von Esther Zeyer geb. Pohlan und Dr. med. Gerhard Zeyer geboren.

Von 1952 bis 1956 besuchte ich in Ost-Berlin die Grundschule und anschließend das Französische Gymnasium in West-Berlin. Bedingt durch den Bau der Berliner Mauer mußte ich 1961 zur Erweiterten Oberschule "Carl von Ossietzky" in Ost-Berlin überwechseln.

Nach unserem Umzug in die Schweiz besuchte ich dort die Aargauische Kantonschule in Aarau. 1964 erwarb ich die Matura Typ C (Naturwissenschaftlicher Zweig).

Danach studierte ich an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich Physik. Ich erhielt im Jahre 1969 das Diplom. Meine Diplomarbeit habe ich bei Prof. Jost über ein Thema der theoretischen Physik verfaßt. Es lautete: "Über die Anwendung eines Satzes von Moser auf die Stabilität von magnetischen Flaschen sowie von Planetoidenbahnen". Das Hauptgewicht meines Studiums lag in den Fächern der Strömungslehre. Das war auch mein physikalisches Wahlfach am Diplom.

An das reguläre Studium schloß sich ein zweiseimestriges Nachdiplomstudium an, welches zur Vertiefung meiner Kenntnisse in der Strömungslehre und der Magnetohydrodynamik diente.

Dann begann ich in Jülich mit meiner Dissertation. Ich war am Institut für Plasmaphysik in der Kernforschungsanlage Jülich in der Gruppe von Herrn Dr. E. Hintz tätig.

